



Recurso Sociocognitivo

Pensamiento matemático

Documento de trabajo y de consulta para propiciar el diálogo y el intercambio de ideas y puntos de vista con las comunidades educativas de la Educación Media Superior en México.

Contenido

I. Presentación y Diagnóstico	3
1.1 Presentación.....	3
1.2 Diagnóstico.....	3
1.2.1 ¿Por qué el cambio?	3
1.2.2 ¿Cómo se enseñaba hasta ahora?.....	6
1.2.3 ¿Qué falta para la formación integral de las y los jóvenes?.....	9
II. Justificación.....	11
III. Los fundamentos.....	13
IV. Propuesta de cambio	15
4.1 Definición del área.	15
4.2 ¿Qué proponemos y por qué?	15
4.3 Propósitos del área.....	18
V. Conceptos básicos del área	19
5.1 Categorías y subcategorías.....	21
5.2 Metas de aprendizaje.....	29
VI. Progresiones.....	36
6.1 Pensamiento Matemático 1	37
6.1.1 Aplicación disciplinar.....	37
6.1.2 Temática general.....	37
6.1.3 Metas, Categorías y Progresiones	38
6.2 Pensamiento Matemático 2	44
6.2.1 Aplicación disciplinar.....	44
6.2.2 Temática general.....	45
6.2.3 Metas, Categorías y Progresiones.	45
6.3 Pensamiento Matemático 3	52
6.3.1 Aplicación disciplinar.....	52
6.3.2 Temática general.....	52
6.3.3 Metas, Categorías y Progresiones	53
VII. Referencias.....	59

I. Presentación y Diagnóstico

1.1 Presentación

Este documento contiene la propuesta para integrar al Pensamiento Matemático (PM) como un recurso sociocognitivo, en un Nuevo Marco Curricular Común (NMCC) del nivel medio superior (NMS) de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) con la intención de dotar a la comunidad estudiantil de habilidades de pensamiento que junto con los saberes proporcionados por las áreas de conocimiento le permitan tomar mejores decisiones, resolver problemas específicos y posibiliten el entendimiento de los fenómenos naturales, de los problemas sociales y en general del comportamiento de la humanidad.

1.2 Diagnóstico

1.2.1 ¿Por qué el cambio?

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) tiene entre sus principios formar un estudiantado con pensamiento crítico (PC) que se caracteriza por hacer análisis, tener capacidad de: reflexión, diálogo, argumentación; por su conciencia histórica y por su humanismo. El PM por su naturaleza, contribuye en la NEM a que las y los egresados de la educación media superior (EMS) desarrollen el PC además como el PM está asociado a conocimientos de matemáticas y de otras áreas, brinda una formación más sólida al estudiantado. A continuación, se mencionan algunas situaciones actuales que son motivo del cambio.

- **Enseñanza de la matemática con una visión limitada y poco útil.**

El pensamiento matemático tiene en la actualidad poca presencia en el aula donde fundamentalmente se trabaja la disciplina Matemática en forma de conceptos y técnicas y un poco en la solución de problemas, pero éstos, en su mayoría, no alcanzan a ser útiles al estudiantado ni a trascender fuera del aula. Las matemáticas en el currículo actual del NMS no están desarrollando en el estudiantado, el potencial del PM ni la capacidad que les permita entender la función del conocimiento matemático en su desarrollo personal. Según la OCDE, relacionarse y utilizar las matemáticas permite “satisfacer las necesidades de la vida diaria que puede tener una ciudadanía constructiva, comprometida y reflexiva” (OCDE, 2010, p. 23).

- **Importancia del PC y del PM**

En los planes y programas actuales, el PC no es explícito y esto representa una gran carencia, dada su importancia como elemento fundamental para investigar y evaluar múltiples fenómenos del ámbito profesional y social de la persona. Su asociación con El PM ayuda a crear una visión propia y a emitir un juicio sobre una determinada situación. El PM se requiere para evitar ambigüedad, sustentar en la lógica, validar y contrastar con datos, cuando se cuenta con abundante información y para elegir las mejores opciones aún en condiciones de incertidumbre. El PM ha estado presente en múltiples momentos y circunstancias del desarrollo de la humanidad y se detecta en la respuesta que el ser humano ha dado a desafíos surgidos de necesidades prácticas, así como, cuando ha emprendido el camino para comprender el universo y ha logrado establecer modelos para representar teorías de la ciencia. Por todo lo anterior, se considera fundamental que el PM sea uno de los recursos sociocognitivos del NMCC para que acompañe al estudiantado durante y a su egreso del bachillerato.

- **Bajo desempeño en matemáticas**

Los resultados de la aplicación de instrumentos internacionales de medición como lo es el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes¹ (PISA, por sus siglas en inglés), muestran que el puntaje promedio en Matemáticas, en la mayor parte de los países y economías participantes, se ubica entre 482 y 545 puntos; mientras que los resultados de las y los estudiantes mexicanos se ubican en el rango de 358 a 420 puntos, con un promedio de 409 puntos y una desviación estándar de 84 (Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación, 2020). Los resultados de PISA 2018, muestran que en matemáticas estamos 80 puntos abajo del promedio de OCDE. En lo relativo a las evaluaciones nacionales, Osuna (2020) establece que los resultados de PLANEA son desalentadores y revelan el escaso conocimiento matemático que están logrando el estudiantado de Educación Media Superior (EMS).

- **Falta de tiempo y espacios para desarrollar el PM.**

Los resultados de la prueba Pisa y los comentarios del profesorado indican que las prácticas docentes y ejercicios asignados actualmente al estudiantado de la EMS

¹ https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf

no alcanzan el nivel argumentativo, ya que el tiempo se consume en cubrir los programas saturados de contenido. Los temas se revisan en forma superficial y no se reflexiona a mayor profundidad en aspectos colaterales de los mismos, se hacen aplicaciones sencillas y no se justifican ni argumentan los resultados.

La reflexión, argumentación, comparación, que son elementos fundamentales del PM tienen un mínimo espacio en las clases. Las soluciones de los ejercicios se obtienen por métodos específicos y son escasas las oportunidades para contrastar o validar con las obtenidas por otro método ni se dan argumentos a favor o en contra de su uso. Tampoco se especifica a los elementos del PM en los contenidos de los programas, ni se da atención suficiente a su desarrollo, no se asignan tiempos para tal fin, ni se da espacio a la práctica de sus elementos: conjetura, argumentos, deducciones, etc.

▪ **El disgusto por la materia es un factor de deserción.**

El Pensamiento matemático tiene gran utilidad en la vida fuera de la escuela, particularmente en la toma de decisiones, permite comprender las leyes de la ciencia que usualmente recurren al lenguaje de las matemáticas para expresarse, además facilita estructurar sus teorías y también apoya con procedimientos válidos aplicables a distintos objetos matemáticos, a la explicación de fenómenos o a la solución de situaciones problema de otras áreas de conocimiento o en el ámbito artístico, deportivo, social e incluso emocional. Sin embargo, la matemática, a pesar de ofrecer tanto, no tiene una buena aceptación en el estudiantado, existen elementos muy conocidos asociados con su rechazo y que ayudan a comprender la razón de la reprobación y en un extremo, hacen de la matemática un motivo de deserción. Se citan algunos a continuación:

- Exigencias cognitivas hacia la abstracción y el empleo de sistemas mentales de representación que no corresponden a los conocimientos previos que consisten en técnicas y formas básicas de expresión algebraica,
- Experiencia educacional cargada de imprecisiones matemáticas y con un currículo oculto donde el pensamiento lógico-matemático está ausente,
- Prácticas docentes inadecuadas que presentan los contenidos en forma compleja, árida, aburrida, lejana, sin contexto y sin aplicaciones,

- o Una enseñanza de la Matemática sin sentido, sin vinculación con la vida, desconectada de la realidad inmediata del adolescente,
- o Ausencia de Bibliografía para capturar el interés del alumnado².

En síntesis, el área se percibe sin relación con la vida cotidiana y poco aplicable, compleja e inútil, lo cual no es atractivo al estudiantado.

1.2.2 ¿Cómo se enseñaba hasta ahora?

Aciertos, deficiencias y críticas. La forma de enseñar matemáticas se analiza a partir de los planes y programas de estudio, los propósitos de la asignatura, contenidos disciplinares y el enfoque didáctico con la intención de mostrar aciertos, deficiencias y críticas.

▪ Los Planes y Programas de Estudio

Al comparar los contenidos matemáticos de los planes y programas de estudio vigentes (Planes de Estudio de Referencia del MCC de la EMS³ y de los programas del Colegio de Bachilleres⁴), se encuentra que la Matemática está presente al menos en cuatro semestres con cuatro, cinco o seis horas semanales, en las asignaturas de las áreas de **formación básica**.

Bachillerato General		Bachillerato Tecnológico		Colegio de Bachilleres	
COMPONENTE	Horas/semana	COMPONENTE	Horas/semana	COMPONENTE	Horas/semana
Matemáticas I	5	Álgebra	4	Matemáticas I	4
Matemáticas II	5	Geometría y trigonometría	4	Matemáticas II	4
Matemáticas III	5	Geometría analítica	4	Matemáticas III	4
Matemáticas IV	5	Cálculo diferencial	4	Matemáticas IV	4
		Cálculo integral	5	Matemáticas V	4
		Probabilidad y estadística	5	Matemáticas VI	4

Tabla 1. Componente disciplinar/tiempo

En la propuesta 2018, el PM es considerado un ámbito, al igual que el Pensamiento Crítico, también se hace referencia al PM, como uno de los cinco campos

² Uso de historias o lecturas, se proponen libros como: “El hombre anumérico” de John Allen. <https://www.planetadelibros.com/libro-el-hombre-anumerico/207017>

³ Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior, 2018)

⁴ https://cbgobmx.cbachilleres.edu.mx/que-hacemos/Programas_de_estudio_vigentes/1er_semestre/Basica/04_Matematicas_I.pdf

disciplinarios al que le corresponde el grupo de asignaturas mostrado en la tabla 1: “Álgebra, aritmética, cálculo, trigonometría y estadística”. En la revisión efectuada, no se detecta problema por carencia de horas, por lo cual es viable incluir el PM, si se asocia a contenidos matemáticos primordiales y se dejan otros para las matemáticas de los semestres superiores.

▪ **Propósitos de la asignatura**

En la Tabla siguiente, se muestran los propósitos actuales de la asignatura de matemáticas en el NMS: **contribuir a la creatividad, al desarrollo del PC**, en el Bachillerato General, en tanto en Conalep se va hacia la **toma de decisiones en situaciones problemáticas** y en el Bachillerato Tecnológico busca **generar aprendizaje significativo**, aunque no hay un propósito único, sí existe cierta orientación común hacia elementos del PM, que podría conectarse con el tipo de Bachillerato y dotarle de una estrategia adecuada para alcanzarlos.

▪ **Contenidos Disciplinarios**

Para dar cuenta de la revisión de los contenidos de los programas del Nivel Medio Superior, (NMS), se toman como ejemplo dos subsistemas y los contenidos de Matemáticas de su plan de estudios del primer semestre.

Bachillerato general	Conalep	Bachillerato tecnológico
Se propone <i>propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico</i> de los estudiantes mediante procesos de <i>razonamiento, argumentación y estructuración de ideas</i> que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar (SEP, 2013a, p. 6)	“Los egresados serán competentes para desempeñarse a nivel de mandos intermedios, aplicando los conocimientos científicos, tecnológicos y humanísticos que se requieran y empleando procedimientos establecidos para brindar los servicios relacionados con su profesión, a partir del desarrollo de diferentes funciones y tareas que involucran su participación activa en el <i>análisis e interpretación de información, la identificación y diagnóstico de problemáticas y la toma de decisiones</i> que permitan su solución”(Conalep, 2012a, p. 8).	La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe <i>promover el aprendizaje significativo</i> mediante actividades contextualizadas en ambientes de aprendizaje colaborativo tomando como base los contenidos matemáticos factuales, conceptuales, procedimentales y actitudinales (SEP, 2009, p. 15).

Tabla 2. Perfil actual de egreso

Matemáticas 1 BG – 5 horas	Álgebra BT – 4 horas
Lenguaje algebraico	
Uso de variables y expresiones algebraicas en el contexto de los números positivos y reales.	Expresiones algebraicas. Notación y representación algebraica de expresiones en lenguaje común. Interpretación de expresiones algebraicas. Evaluación numérica de expresiones algebraicas. Operaciones fundamentales.
Sucesiones y series (aritméticas y geométricas) de números, bosquejando funciones discretas (lineales y exponenciales).	Suma, resta, multiplicación y división.
Comparaciones con el uso de tasas, razones, proporciones y variación proporcional como caso simple de relación lineal entre dos variables.	Leyes de los exponentes y radicales.
Operaciones con polinomios de una variable y factorizaciones básicas de trinomios.	Productos notables. Factorización.

Tabla 3. Programas de Estudio en Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior, 2018, p. 193

De las tablas anteriores se aprecia que, en las materias, se estudian conceptos, técnicas y lenguaje específico y con ello se espera se alcance el perfil de egreso relacionado con PM, es posible resaltar que esto no siempre conduce en forma directa a la adquisición de la competencia de PM que se busca desarrollar. Por otro lado, el enfoque basado en la solución de problemas y la enseñanza de matemáticas en contexto, declarado en el modelo educativo basado en competencias, no se sostiene, si no se incluyen, en los programas, contenidos que promuevan el desarrollo de habilidades de razonamiento, solución de problemas o modelación, además de dedicar tiempo a la reflexión que conduzca a la metacognición.

En la tabla 3, no se detectan contenidos que brinden experiencias atractivas que trasciendan y sean comprendidas por el estudiantado, lo mismo sucede con otros contenidos de los planes y programas. Con frecuencia, el estudiantado memoriza y ejecuta procedimientos aislados que no entiende a cabalidad y no siempre lo aplica en situaciones significativas, esto le provoca frustración y reticencia hacia las matemáticas, incluso, le puede conducir a abandonar la escuela, como lo menciona Miranda (2018) quien cita entre las razones del abandono, a la reprobación y a la falta de interés en los estudios.

Puede decirse que los planes y programas actuales, se basan en conceptos fragmentados más que en el desarrollo del PM y no hay transiciones adecuadas

entre los tipos de pensamiento involucrados (por ejemplo entre pensamiento aritmético y pensamiento algebraico) lo que conduce a reducirlos a conceptos y procesos mecánicos e independientes entre sí, por otra parte, como se abordan múltiples contenidos y separados de su aplicación, el tratamiento actual en lo general resulta inadecuado.

- **Enfoque pedagógico**

La “forma tradicional de enseñanza de las matemáticas”, se caracteriza como refiere Merino (2016) por tener un método cerrado, en gran parte se basa en las cifras ya que se realizan múltiples operaciones. Las operaciones y los ejemplos aritméticos son tan abundantes que el alumnado muchas veces confunde “hacer matemáticas” con “hacer cuentas”. Las operaciones se presentan como la parte más activa, pero se realizan de manera mecánica y el alumnado no entiende realmente los conceptos ni los procedimientos solo intenta repetirlos. En general, se puede señalar que, en la enseñanza de la matemática bajo el enfoque tradicional, el rol del profesorado se centra en preparar y transmitir información a la comunidad estudiantil, hay poca teoría, el/la docente explica ejemplos y el rol de las y los estudiantes es recibir y almacenar esa información, para después aplicarla en ejercicios del mismo tipo.

La metodología predominante es la expositiva, se considera que el estudiantado debe asumir un rol de receptor, deben mantenerse atento y quieto para aprender en forma gradual, acumulativa, y seriada debido a que la matemática se presenta con un alto nivel de conexión entre los conocimientos donde los nuevos se construyen sobre los conocimientos previos así, por ejemplo, se trabaja la suma aritmética, la suma algebraica, la suma de funciones. Las matemáticas enseñadas así, carecen de práctica con ejercicios interesantes, mantienen un formato más escolar que vivencial, no guardan relación con la vida diaria, y el eje central del aprendizaje es el libro, un cuadernillo de actividades y los apuntes.

1.2.3 ¿Qué falta para la formación integral de las y los jóvenes?

La educación en el área de las matemáticas en la actualidad resulta poco atractiva y útil al estudiantado, esto es consecuencia de factores diversos entre los cuales destacan: un entorno social con aversión a las matemáticas, marcos curriculares

con múltiples carencias, aproximaciones pedagógicas deficientes, ante este panorama se requieren contenidos interesantes y oportunidades de reto intelectual motivantes que pueden ser proporcionadas por el PM enmarcado por una adecuada práctica pedagógica donde se consideren aprendizajes de trayectoria⁵ y progresiones⁶ en lugar de mantener el modelo por competencias ya que tal modelo parcializa el proceso en competencias más elementales cuya unión simple no siempre construye la competencia disciplinar deseada. Falta también enfatizar en el estudiantado el desarrollo de elementos como los siguientes:

- **Actitud positiva y crítica**, con iniciativa, curiosidad, interés.
- **Perseverancia** para enfrentarse a problemas y retos intelectuales.
- **Capacidad de trabajo autónomo** e independiente para explorar procedimientos alternativos, heurísticas y aprovechar las aplicaciones digitales para el aprendizaje.
- Disponibilidad **al trabajo colaborativo**, puesto que, en el currículo actual, el desarrollo del PM tiene una perspectiva más individual que colaborativa, pues no se fomenta la socialización de conceptos, dudas, argumentos ni se comunican los procesos de pensamiento por los que se atraviesa.
- Un buen nivel de **adaptabilidad y equidad**. Al respecto Rojano, (2017) menciona:

Se observa una brecha importante entre, el discurso del modelo educativo del nivel medio superior respecto a la intención de asumir la diversidad cultural del país y la posibilidad de adaptar los programas a las diferentes condiciones del enclave de los planteles escolares, y las propuestas concretas de contenidos y sugerencias pedagógicas, las cuales están lejos de cumplir con las condiciones de adaptabilidad y equidad implícitas en el discurso más general.

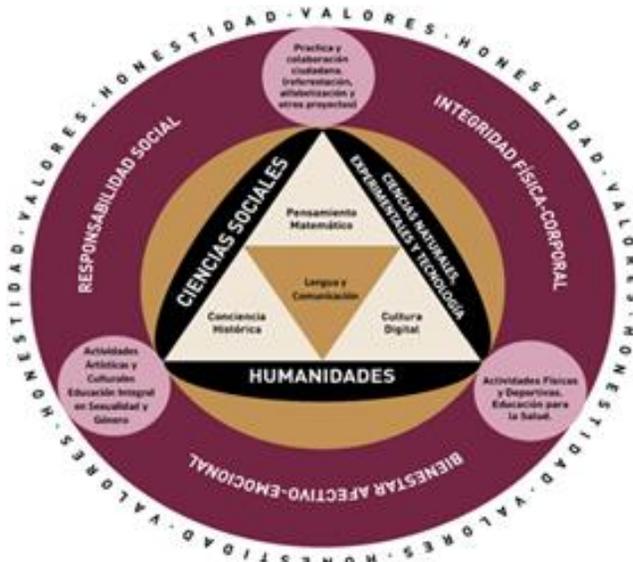
- **La emoción** experimentada al resolver un problema.
- **La seguridad** que brinda contar con información suficiente y organizada.

⁵ Los aprendizajes de trayectoria son aspiraciones en la práctica educativa, constituyen el perfil de egreso de la EMS, responden a las características bio-psico-socioculturales del estudiantado, así como a constantes cambios de los diversos contextos, plurales y multiculturales. (MCCEMS 2021)

⁶ Las progresiones indican habilidades y contenidos a desarrollar y una forma de construir el aprendizaje desde lo más simple hasta lo más sofisticado.

- **Relacionar la matemática con la satisfacción** de alcanzar metas en la práctica de un deporte individual o de grupo, con el **deleite** de comprender estructuras musicales y con la oportunidad de ocupar matemáticas en el diseño o el arte y valorar en ello, el pensamiento matemático.
- **El empoderamiento** dado por una **toma de decisiones** bien fundamentada,
- **La posibilidad de hacer un proyecto de vida** basado en la superación personal, la ampliación de la base cultural y el poder intelectual para hacer del egresado de EMS, un ser humano con capacidad cognitiva y autonomía para aprender a lo largo de su vida.

II. Justificación



En esta propuesta el PM se presenta como un recurso sociocognitivo, delimitado por los aspectos socio emocionales y conectado en forma estrecha con otras áreas de conocimiento. Desarrollar el PM atado al aprendizaje de contenidos matemáticos, es un cambio relevante en el NMS y por ende en la formación del ciudadano con la NEM, va de acuerdo con lo solicitado en el

contexto internacional, donde se pide: fortalecer el PC, el aprendizaje holístico, no fragmentado y que las y los egresados sean capaces de pensar y resolver problemas. El PM se asocia con el aprendizaje de conceptos, procedimientos y lenguaje matemáticos, es parte del aprendizaje de trayectoria y está determinado por las metas de aprendizaje que se desarrollan en el aula, escuela y comunidad para impulsar la educación integral del estudiantado y para alcanzar propósitos que trasciendan los aspectos disciplinares ya que le ayudan a promover transformaciones en su economía, en su vida familiar y le apoya también cuando enfrenta problemáticas sociales y de la salud, entre otras.

Relevancia de la propuesta. Se necesita el PM para favorecer el entendimiento de un mundo donde la matemática, la tecnología, la ingeniería, la estadística y la

probabilidad han tomado un papel preponderante y exigen tanto conocimientos matemáticos como espacios para organizarlos y formalizarlos, al tiempo que se reflexiona en los procesos de pensamiento asociados. La propuesta es relevante por los elementos siguientes:

- **Integra procesos complejos de pensamiento asociados a la matemática.** El PM integra múltiples procesos, sin embargo, se considera que el PM no solo es la unión de procesos, ya que estos activan otros y se enriquecen dinámicamente, para consolidar el conocimiento y transformarlo en un elemento sujeto de abstracción y generalización. El PM tiene valor dentro y para la propia matemática, por eso, asociando al crecimiento de la persona con su conocimiento matemático, se establecen también conexiones naturales con su contexto, su nivel cognoscitivo y con sus intereses.
- **El PM brinda recursos para acceder al conocimiento de otras áreas.** Asumir al PM como un recurso sociocognitivo significa reconocer su valor para resolver problemas y modelar situaciones de las áreas de conocimiento y del ámbito socioemocional o de la aplicación de los procesos propios del pensamiento en los procesos de desarrollo de esas áreas de conocimiento.
- Es una propuesta que encaja perfectamente en lo que Osuna (2020), recomienda para atacar un gran problema presente en este nivel escolar (la **deserción escolar**) debida a la reprobación y al bajo logro académico en esta asignatura, lo cual contribuiría a la reducción de un fenómeno que tal vez sea causa del abandono escolar en EMS.
- Ante la existencia de un rezago histórico en los conocimientos, las capacidades y las habilidades de las y los educandos en áreas fundamentales como las matemáticas, la NEM establece como propósito, la excelencia en la enseñanza, por lo que en esta propuesta se busca avanzar en ese sentido a través de: **fomentar calidad y creatividad⁷, considerar la enseñanza situada⁸**, contextualizar el PM

⁷ Arteaga, E () Calidad y Creatividad en Educación Matemática.

http://www.quadernsdigitals.net/datos_web/hemeroteca/r_47/nr_503/a_6889/6889.html recuperado 2 mayo 2022

⁸ Método que consiste en proporcionarle al alumno una serie de casos que representen situaciones problemáticas diversas de la vida real para que se analicen, estudien y resuelvan (Díaz Barriga, F. 2006).

para aplicarlo significativamente en otras áreas y ámbitos y **profundizar en los conocimientos matemáticos.**

En general el PM involucra procesos de reflexión, abstracción y meta cognición, cuya ejecución dan al sujeto la posibilidad de aprender de su aprendizaje y de sus experiencias incidiendo en **la formación integral de un ser humano.**

III. Los fundamentos

La perspectiva centrada en las competencias se presentó como una alternativa en el terreno de la educación, que se esperaba tuviera mejores procesos de formación académica, en México en el Acuerdo Secretarial 444, se establecen las competencias del Marco Curricular Común para el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB), se asume a las competencias disciplinares básicas de las matemáticas como el medio para propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. (SEP, 2017b pp.67-68), sin embargo, desde 2013, Díaz Barriga, Ángel había establecido que en matemáticas *“el trabajo disciplinario responde a la necesidad de desarrollar un pensamiento matemático, sociológico, histórico o científico y que este desarrollo del pensamiento es más complejo que solamente la adquisición de diversos conocimientos, aunque requieren de esos conocimientos”.* Se ha visto también que *“el empleo del término competencias ha dado origen a un lenguaje muy amplio en el terreno de la educación y esta diversificación lleva a promover clasificaciones distintas de las competencias y origina una enorme confusión”*, ante ese panorama, en esta propuesta, tanto las áreas de conocimiento como los recursos sociocognitivos, como el **PM, no se basan en competencias matemáticas sino en aprendizajes de trayectoria**, éstos conectan los aprendizajes que el estudiantado va adquiriendo durante su formación académica y se plantean **metas de aprendizaje** e instrumentos denominados **progresiones de aprendizaje.**

Las progresiones de aprendizaje son una guía, sirven para identificar el nivel de aprendizaje que tiene una persona en un área de conocimiento y brindan una ruta y un mapa de aprendizaje donde se ubica el nivel de los conocimientos, habilidades, valores y otros aprendizajes que la persona ha alcanzado a lo largo de una línea continua que va de lo simple a lo complejo, de menor a mayor uso de contenidos

conceptuales o procedurales, de lo superficial a lo profundo, que puede ser lineal, espiral, en cascada o con otro formato.

Fundamentos de la propuesta.

Esta propuesta se fundamenta en el constructivismo para generar un conocimiento matemático, no como una réplica objetiva de una única realidad externa al sujeto, sino como una construcción personal y social de significados, para ello se toma en cuenta el resultado de una evolución histórica, un proceso cultural en permanente desarrollo, situado en un contexto específico (D'Amore, Godino y Fandiño, 2008).

Por otra parte, se retoman los principios para la acción (NCTM, 2014) donde se establece que un programa educativo de matemáticas de excelencia incluye un currículo donde se desarrollan matemáticas relevantes a lo largo de procesos coherentes de aprendizaje y se establecen conexiones entre áreas de estudio de las matemáticas y entre las matemáticas y el mundo real. La propuesta está orientada alrededor de los procesos de razonamiento, en lugar de considerar una lista de contenidos matemáticos conceptuales y procedimentales. Al poner como eje fundamental al PM, se espera que los recursos que lo forman y que se encuentran representados en las categorías y las subcategorías (desarrolladas para esta propuesta), hagan una adecuada conexión entre las áreas de la matemática (aritmética, álgebra, geometría, cálculo, estadística y probabilidad) y con diferentes áreas. Así, el PM se integra en el diamante del conocimiento como un recurso sociocognitivo transversal del NMCC.

En esta propuesta se considera importante la memoria⁹ para recuperar conocimientos que por su frecuencia de uso y aplicación se necesitan sin mayor análisis, pero también la memoria tendrá ahora un papel importante para construir nuevos conocimientos no solo para repetir los que ya se tienen. Se buscan aprendizajes profundos en lugar de conocimientos superficiales y se orienta hacia el trabajo creativo en la matemática a través del PC, Campos (2017) afirma que el desarrollo del pensamiento crítico en matemáticas permite a los estudiantes: [...]

⁹ Lavilla, L. La memoria en el proceso enseñanza aprendizaje.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3629232.pdf>

tomar decisiones o juicios razonados sobre qué hacer y pensar, en su análisis de la aportación de “The Critical Thinking Consortium (2013)”.

IV. Propuesta de cambio

4.1 Definición del área.

El pensamiento matemático - involucra diversas actividades desde la ejecución de operaciones y el desarrollo de procedimientos y algoritmos hasta los procesos mentales abstractos que se dan cuando el sujeto participa del quehacer matemático, pretende resolver problemas, usar o crear modelos, y le dan la posibilidad de elaborar tanto conjeturas como argumentos; organizar, sustentar y comunicar sus ideas.

El pensamiento matemático busca que las y los estudiantes del bachillerato, logren comprender mejor otras áreas de conocimiento y aplicarlo para tomar mejores decisiones y para valorar la matemática por su belleza, su utilidad y como un factor fundamental en la creación de su proyecto de vida, a través de cuatro categorías: procedimental, procesos de razonamiento, solución de problemas y modelación e interacción y lenguaje matemático.

4.2 ¿Qué proponemos y por qué?

A partir del diagnóstico y de la investigación teórica realizada, se hace la propuesta de cambio, en ella existe un área denominada Pensamiento Matemático que se integra al NMCC como un recurso sociocognitivo. Los recursos aportados a la formación del sujeto por el PM son muy variados, abarcan técnicas, un lenguaje formal, procesos de pensamiento, diversos métodos de solución de problemas, procedimientos para modelar una situación, formas de simbolizar, de organizar y comunicar información (tablas, gráficas), estructurar y dar a conocer mediante un lenguaje formal. También corresponde a esta área, el establecimiento de procesos para la negociación de significados¹⁰ y para comunicar la experiencia vivida.

¹⁰ Desde una perspectiva teórica social el significado se da a partir del proceso de negociación del significado se construye o interpreta un concepto mediante intercambios verbales.

El área de PM se forma por un conjunto de **conceptos centrales (integrados por los conceptos y las estructuras de la matemática, denominadas temáticas) y conceptos transversales constituidos por acciones y procesos complejos, no lineales, ni secuenciados, ni excluyentes entre sí, denominados categorías**, relacionadas con otras áreas del currículo fundamental y ampliado.

El pensamiento matemático junto con los conocimientos matemáticos llevará al estudiantado del nivel medio superior a desarrollar procesos de razonamiento tanto lógicos como intuitivos, a desarrollar la creatividad y la imaginación, la curiosidad y la reflexión con la intención de conducirlo a un mayor nivel intelectual para fomentar el aprendizaje permanente y que éste sea gestionarlo por el propio sujeto.

El PM busca desarrollar en el estudiantado un estilo de pensamiento que le permita movilizar conocimientos previos de matemáticas, relacionar las áreas de conocimiento con otros recursos del NMCC, tomar mejores decisiones y utilizarlo para comprender e interactuar con el mundo que le rodea ya que se aplica con temas realmente apasionantes para la juventud como la música, el deporte, el azar, el juego, el arte, el manejo de datos, las redes sociales, el desarrollo tecnológico, la moda, el transporte, la construcción, entre otros así como las marcadas por su relevancia en la Agenda 2030 como: la pobreza, el hambre, el saneamiento del agua, la producción y consumo responsable, el surgimiento de ciudades y comunidades sostenibles, la reducción de las desigualdades, la justicia, la innovación para la industria, la vida submarina, entre otras y muchas de ellas podrían ser tema de clase, investigaciones, proyectos, etc.

El PM es uno de los cuatro **recursos** sociocognitivos del NMCC, se le identifica como recurso porque las personas lo emplean de acuerdo con la situación que se le presente. Los recursos dados en el PM se agrupan en cuatro grupos, denominados categorías¹¹. Esta propuesta es relevante porque apoya el desarrollo de las competencias requeridas para la Educación matemática en el siglo XXI (OCDE, 2022) están ligadas al PM:

¹¹ Las categorías son grupos o unidades de conceptos transversales con funciones relacionadas entre sí, no tienen jerarquía ni son excluyentes es decir pueden estar presentes en orden distinto y/o en forma simultánea.

- **Comunicación:** Se dice que se requiere conocimiento de matemáticas pues muchos argumentos y elementos a comunicar son datos numéricos, relaciones entre variables, gráficas, tablas, etc;
- **Creatividad:** Entendida como la habilidad de acercarse a la comprensión de situaciones o a la solución de problemas empleando información o métodos novedosos;
- **Pensamiento crítico:** Comprende: cuestionar y evaluar ideas y soluciones, análisis, inferencias y evaluaciones, es una habilidad compleja que implica el uso de razonamiento deductivo e inductivo;
- **Uso de información:** Muchas veces requiere usar datos y tecnologías digitales;
- **Reflexión:** Esperar antes de tomar una decisión sobre una situación específica para revisar lo que se conoce, lo que falta, comparar lo que se tiene desde diferentes perspectivas y buscar más allá de la situación, considerando tanto los efectos directos como indirectos de una posible solución;
- **Resiliencia y resistencia:** Habilidades necesarias para mantener el esfuerzo o interés en una actividad al enfrentar dificultades;
- **Pensamiento sistémico:** Permite ver un sistema como un todo, los problemas de matemáticas se conectan con los del mundo real en un contexto bien definido y articulado).

Propuesta:

1. Incluir en el plan de estudios al PM como unidad de aprendizaje (tres materias, o disciplinas) siendo un Recursos Sociocognitivos del NMCC en los tres primeros semestres.

2. Establecer al PM como un área transversal donde se profundicen y adquieran conocimientos matemáticos y se desarrolle el razonamiento abstracto para la solución de problemas, al tiempo que se analice el propio PM desde sus diferentes procesos, en particular su conexión con el PC y su contribución a la formación de un ser humano poseedor de una base de conocimiento matemático sólida e integrada por un amplio marco cultural.

3. Fortalecer procesos mentales de razonamiento a través de la solución de problemáticas planteadas como reto intelectual, o con un formato lúdico, o de aplicación, que comprendan procesos de complejidad regulada.

4. Cambiar los propósitos actuales establecidos en forma de *competencias* por *aprendizajes de trayectoria* basados en contenido atractivo para la comunidad estudiantil, tomadas de la realidad actual o de la historia, de las humanidades o de las ciencias sociales, por su importancia como detonadoras de cambios importantes o por ser causa del nacimiento de nuevos paradigmas.

5. Incluir actividades lúdicas y conexión con la vida e intereses de la comunidad estudiantil, ver aspectos atractivos del PM y de la matemática incluso en otras áreas de conocimiento. La visión anterior debe formalizarse para que el estudiantado adquiera conocimiento matemático de calidad.

6. Proponer solución de retos y proyectos (transversales y de la matemática).

7. Contar con un tiempo asignado a sesiones de laboratorio experimental donde el estudiantado experimente en forma individual y colaborativa, realice ejercicios y actividades para promover la conjetura y el cuestionamiento, sugerido por las progresiones. Si se tiene posibilidad, incluir el uso de herramientas digitales para el aprendizaje que fomenten el papel activo y conduzca a investigar, cuestionar, dudar, criticar, crear, solucionar, validar y desarrollar tanto su forma individual como colaborativa de participar del quehacer matemático.

8. Mostrar al estudiantado el potencial de la matemática y el estado actual del trabajo de los matemáticos y de la investigación para despertar su interés en las actividades matemáticas asociadas al desarrollo científico y tecnológico.

Esta propuesta considera que en el nivel medio superior se debe mostrar el poder y la complejidad de la matemática, dar una base sólida en contenido y una formación integral a través del PM, pedir cierto nivel de rigor y formalización en los procesos, pero sobre todo buscar la reflexión y el avance hacia la solución de problemas actuales de su esfera personal, local, regional, aspirando a desarrollar un PM con una visión universal y de futuro.

4.3 Propósitos del área

El pensamiento matemático, en el MCCEMS, posibilita:

- Recuperar una perspectiva histórico-filosófica para ver a la matemática a partir de los contextos que dieron origen a los conceptos y procedimientos, de la integración de procesos de abstracción, argumentación y otros, dando un

enfoque amplio contrario al enfoque mecanicista que anula la relevancia de la matemática.

- Responder a motivaciones que pueden estar en el ambiente natural, social, cultural o en el sujeto pensante, para ampliar la visión de la matemática considerando su papel transformador, su dimensión cultural e intelectual que favorezca la formación integral del ser humano
- Dar un sentido holístico a la formación matemática en la EMS para que el estudiantado alcance una educación de calidad, que incluya contenidos relevantes, actividades pertinentes y retadoras para lograr que le dé seguridad para tomar decisiones, favorezca una postura crítica y un estado emocional que lo impulse hacia el aprendizaje permanente y desarrolle una postura crítica en un marco de respeto a la condición y dignidad humana.

Propósitos específicos del área

- Integrar dos elementos: la matemática y el PM como recurso sociocognitivo, estrechamente unidos ya que la matemática va más allá de dar el nombre al recurso, le permite definirse y estructurarse para los fines considerados en este rediseño, como parte de la NEM.
- Apoyar al estudiantado en la explicación del mundo y de su entorno inmediato, a partir de los recursos del PM (abstracción, ordenamiento, generalización, etc.)
- Considerar el PM como un proceso no lineal, complejo con avances, paradas, rodeos e incluso retrocesos.
- Relacionar al PM con otras áreas y con la vida, mediante el empleo de conceptos matemáticos para **“satisfacer las necesidades de la vida diaria que puede tener un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”** (OCDE, 2010, p. 23).

V. Conceptos básicos del área

El PM considera los contenidos matemáticos y los propósitos de la disciplina para, en su carácter de recurso sociocognitivo, dar dirección a la enseñanza de la matemática, al tiempo que dota de sentido a los contenidos matemáticos actuales en el bachillerato. Charlesworth (2005) destaca que la finalidad real de la enseñanza

de la matemática consiste en potenciar el pensamiento sobre diversas nociones matemáticas y de otras áreas de conocimiento.

El PM comprende múltiples procesos, los **conceptos transversales (categorías y subcategorías del PM)** activan y **relacionan los conceptos centrales (temáticas) de la matemática** al ejecutar actividades, en esta dinámica se adquieren o desarrollan conocimientos, habilidades y actitudes que se fortalecen, avanzan, se estancan e incluso retroceden puesto que el aprendizaje de la matemática y del PM no se da en forma lineal.

Durante el proceso de aprendizaje el estudiantado identifica, organiza, conjetura, comprende, interpreta, demuestra, resuelve, justifica, modela, entre otras acciones del PM, hacia el logro de las metas de aprendizaje, éstas se alcanzan en forma gradual. ejecutando complejos procesos de pensamiento que lo enriquecen (intuición, reflexión, experimentación, argumentación, validación y metacognición, entre otros) y le dan la potencialidad y versatilidad como recurso sociocognitivo para ir de la concreción a la abstracción y generalización durante el aprendizaje, dando oportunidad de integrar a los conocimientos nuevos a los previos para ampliar su red de conocimientos matemáticos y poder aplicarlos en otros contextos.



Figura 1. Pensamiento Matemático. **Categorías y Subcategorías.**

5.1 Categorías y subcategorías

El PM es un conjunto de procesos complejos, busca que el estudiantado del NMS, a través de cuatro categorías: procedimental, procesos de razonamiento, solución de problemas y modelación e interacción y lenguaje matemático, logren comprender mejor otras áreas de conocimiento y aplicarlo para tomar mejores decisiones y valorar la matemática por su belleza, su utilidad y como un factor fundamental en la creación de su proyecto de vida.

Las categorías son conjuntos articuladores de los componentes del currículum fundamental y del ampliado, contienen elementos funcionales específicos, a través de ellos se conectan tanto con los otros recursos cognitivos como con las áreas de conocimiento y conducen hacia los aprendizajes de trayectoria, los cuales dotan de identidad a la EMS y favorecen el desarrollo integral de las y los adolescentes, jóvenes y adultos de este NMS a través de la educación.

Categoría I. Procedural

Se refiere al conjunto de procedimientos matemáticos, algorítmicos y heurísticos, entendidos, como un "saber hacer" automático e inmediato que le posibilita al estudiante dar una respuesta ante un cuestionamiento o situación-problema.

Subcategorías:

Pensamiento Aritmético

Procesos de pensamiento basados en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; el sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación.

Pensamiento Algebraico

Tipo de pensamiento complejo que involucra la comprensión de las relaciones numéricas y funcionales, los patrones, su generalización, incluye el uso de estructuras y símbolos para formalizar abstracciones y generalizaciones.

Elementos Geométricos

Los elementos geométricos consideran puntos, líneas, figuras, planos, espacios, etc. Algunas veces relacionados con propiedades o con sistemas de referencia mediante el uso de coordenadas y/o magnitudes.

Manejo de Datos e Incertidumbre

Considera el uso e interpretación de datos y el cálculo de sus posibilidades de ocurrencia. Incluye desde la recolección de datos, la revisión de los términos básicos utilizados en probabilidad y estadística y las formas en que se recolectan datos a partir de una necesidad específica, así como las ventajas de elegir una forma para organizarlos, interpretarlos y utilizarlos en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.

La primera categoría constituye un grupo inicial de recursos y corresponden al dominio de los **recursos procedurales**, lleva a describir y ejecutar procedimientos matemáticos, en forma sintética o extendida, automatizada o como una secuencia razonada de pasos. En las diferentes áreas de la matemática hay formas de hacer, de resolver, de simplificar, etc., por eso su contenido se vuelve un valioso recurso al emplearlos en la solución de problemas y en la toma de decisiones.

Otros importantes recursos se presentan cuando se enfrenta una situación problemática y se “piensa en ella” detonando una serie de procesos mentales, ya sea para comprenderla o para resolverla, tales procesos se agrupan en la segunda categoría.

Categoría 2. Procesos de Razonamiento

Conjunto de procesos complejos, que pueden ser de diferente naturaleza ya sea intuitiva o lógica, que permiten relacionar, vincular, comparar y analizar información en forma estructurada, a partir de un conjunto de premisas, establecer conjeturas, diseñar estrategias, elaborar inferencias, obtener resultados o hacer deducciones, construir argumentos, obtener conclusiones entre otras.

Subcategorías:

Procesos cognitivos abstractos

Consiste en una forma de pensamiento complejo, representa un avance que se define como un “salto cualitativo” a partir del pensamiento concreto u operatorio. Este pensamiento se caracteriza por la construcción de una serie de razonamientos, mucho más elaborados que se apoyan en estructuras cerebrales, que empiezan a generarse en la adolescencia.

Pensamiento espacial y razonamiento visual

El pensamiento espacial se refiere al conjunto de procesos y habilidades visuales que permite al alumnado organizar y controlar información a partir de la

manipulación de objetos concretos, con la finalidad de resolver un problema, a veces requiere transformar una representación externa en forma de representación interna esto se identifica como un razonamiento visual, surge como resultado de una compleja actividad mental analítico –sintética que destaca rasgos esenciales de lo que se está viendo y mantiene inhibidos otros que no lo son.

El razonamiento visual requiere combinar procesos: de análisis, en donde se parcializa al objeto en sus características, y de síntesis, mediante el cual se construye una nueva estructura que se compara con la percepción anterior.

Pensamiento aleatorio

El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, mediante exploración y la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos.

La segunda categoría es un importante recurso, dota de un conjunto de habilidades cognitivas complejas, con las cuales la persona se relaciona u obtiene información mediante las acciones antes mencionadas (intuir, observar, comparar, asociar, analizar, sintetizar, deducir, inducir, generalizar, abstraer, modelar, simbolizar, cuestionar, dudar, elaborar conjeturas) éstas a su vez son detonadoras de otros recursos, útiles a las demás áreas, entre las cuales destacan: resolver, promover la justificación, argumentar, comprobar, validar, etc.

Categoría 3. Solución de problemas y modelación

Definida por dos procesos distintos, pero que comparten “el poner en juego ciertas estrategias”, ya sea para hacer una representación simplificada de un fenómeno a través de ecuaciones, funciones o fórmulas o bien para utilizar esta simplificación en la comprensión y resolución de problemas.

Subcategorías.

Uso de Modelos

Emplear una representación abstracta, conceptual, gráfica o simbólica de un fenómeno o de un proceso para analizar la relación entre sus variables lo que permite comprender fenómenos naturales, sociales, físicos y otros y además, resolver problemas.

Construcción de Modelos

Es un esquema extraído de situaciones problemáticas o de un fenómeno de un contexto específico basado en relaciones, patrones, para elaborar una expresión denominada modelo matemático, esto puede hacerse a partir de una representación gráfica o algebraica donde se describa la situación ya sea real o hipotética.

Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

La heurística se refiere a estrategias, métodos, criterios o astucias utilizados para hacer posible la solución de problemas complejos. Un procedimiento es *no rutinario* cuando no basta con aplicar una regla o un método mecanizado o de carácter algorítmico o establecido, sino que requiere cierta intuición y búsqueda poniendo en práctica un conjunto de conocimientos y de experiencias anteriores. La tercera categoría dota de recursos para solucionar problemas y plantear modelos, desde una perspectiva global, estos recursos son útiles para comprender el problema, diseñar y ejecutar un plan y probar el resultado. Con estos recursos se resuelven situaciones problemáticas con matemática, se ilustran con modelos realizados con el apoyo de aplicaciones digitales para el aprendizaje, se desarrollan procedimientos de solución tanto formales como intuitivos, estructurados y disruptivos y finalmente a través de detectar la posibilidad de llegar a resultados o la inviabilidad de éstos, se valora a la matemática en diferentes momentos del proceso.

Categoría 4. Interacción y lenguaje matemático

Entendida como un proceso social en el que se favorecen la negociación de significados¹², el consenso, el diálogo y el debate, además de las acciones asociadas

¹² El término **negociación** ha sido utilizado en campos como la etnometodología y el análisis conversacional para referirse al modo en que los interlocutores comunican significados y estructuran sus relaciones sociales mediante la interacción (Garfinkel, 1967). De acuerdo al enfoque interaccionista, la construcción individual de los significados tiene lugar en la interacción con la cultura de la clase mientras que al mismo tiempo contribuye a la constitución de esta cultura (Cobb y Bauersfeld, 1995)

con el desarrollo del pensamiento matemático, como la elaboración de conjeturas y argumentos o con la creatividad presente en diversas manifestaciones artísticas y culturales.

Tales interacciones deben llegar a expresar las ideas a través del lenguaje matemático para hablar de relaciones o para la construcción de ideas de objetos matemáticos, tales como: incógnita, ecuación, fórmula, etc. con el que se representan las situaciones problema donde, a diferencia del lenguaje natural, se tiene cierto¹³ rigor y formalismo.

Subcategorías

Registro escrito, simbólico, algébrico e iconográfico

Revisión de la forma en que se establecen jerarquías, agrupaciones, composiciones en proposiciones, uso formal de símbolos e imágenes respetando las propiedades y reglas.

Negociación de significados

Revisión colectiva de los significados de las expresiones, dar sentido e interpretar, así como la generación de expresiones y representaciones formales.

Ambiente matemático de Comunicación.

Se describe así al ambiente generado por las formas expresivas y evocativas, el uso de figuras, tablas donde se considera lo aprendido y lo conocido en el pasado.

La cuarta categoría aporta al individuo recursos para emplear el lenguaje matemático y para interactuar con personas de su entorno dando una dimensión social al aprendizaje. Se conecta con recursos tanto socioemocionales como del área de Lengua y Comunicación.

Se favorece así, el desarrollo de aspectos importantes para tener una visión diferente de la matemática:

- **Resiliencia** para recuperarse ante el fracaso en la solución de ejercicios y problemas y en el “no entendimiento” de situaciones de mayor complejidad.
- **Confianza en sí mismo** cuando debe discutirse o compartir ideas con otras personas.

¹³ Es rigor y formalismo es necesario como cierre del proceso de aprendizaje pues lo organiza y prepara para la construcción de nuevos aprendizajes pero en la EMS no se requiere la perfección estructural en ellos.

- **Potencia su comunicación** al enmarcar el proceso y permitir alcanzar acuerdos mediante la negociación del significado o a través de la construcción de una atmósfera para la interacción donde conviven el empleo de un lenguaje matemático formal y otras formas de expresión de las ideas.
- **Dota de un lenguaje** empleado en otras áreas de conocimiento para expresar procesos, fórmulas y leyes.

De la revisión de las condiciones promedio de los estudiantes de secundaria, en cuanto a su nivel de conocimiento de la matemática¹⁴, se establece **el perfil de ingreso al NMS** y se toma esto como base para que se adicionen nuevas temáticas, de gran relevancia y utilidad en su formación.

En la adolescencia se da una maduración que posibilita nuevos procesos de razonamiento abstracto y genera nuevos recursos sociocognitivos, éstos se pueden integrar a las temáticas ya conocidas por el estudiantado, dándoles una perspectiva diferente o bien relacionarlas con temáticas nuevas para crear una red conceptual matemática más amplia que van delineando para cada categoría, **el aprendizaje de trayectoria bachillerato**¹⁵ los cuales se presentan en la siguiente tabla.

		Perfil de Ingreso	Perfil de Egreso
PENSAMIENTO MATEMÁTICO	Procedural	Ejecuta técnicas matemáticas para encontrar solución a problemas matemáticos en diferentes contextos.	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
	Procesos de Razonamiento	Interpreta procesos de razonamiento matemático para relacionarlos con el desarrollo de conclusiones en la solución de problemas	Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).
	Solución de Problemas y Modelación	Resuelve problemas y usa modelos simples, ejecutando técnicas matemáticas específicas	Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.

¹⁴ Perfil de ingreso establecido en los planes y programas de estudio

¹⁵ Perfil de egreso del NMS

Integración y Lenguaje Matemático	Comunica ideas empleando el lenguaje matemático para representar conceptos y conocimientos, así como situaciones de la vida cotidiana.	Explica la solución de problemas en el contexto que le dio origen, empleando lenguaje matemático y lo valora como relevante y cercano a su vida
--	--	---

Con los planes de estudio vigentes y el diagnóstico de las condiciones actuales del NMS, se genera una visión de las necesidades del estudiantado para responder a las demandas de sus comunidades, de su región, del país en su conjunto y del contexto internacional por otra parte ante el descubrimiento de que el modelo educativo por competencias no del todo adecuado para la educación, debido a su origen asociado a la producción y adaptación deficiente a la educación, a su énfasis en la relación causa efecto, a la exaltación del conocimiento científico a veces incluso por encima de lo social, de los valores, a su carácter reduccionista del significado de la calidad educativa, entre otros, surge la necesidad de adoptar un enfoque distinto para desarrollar el Pensamiento Matemático, que sea integral, sistémico, gradual pero no necesariamente lineal, organizado por niveles de complejidad, así se incluyen las **progresiones de aprendizaje** como una opción estratégica distinta, más apegada a los propósitos de la NEM, para integrar a las categorías, los conceptos centrales e incluir sus relaciones.

Para la construcción de las progresiones de aprendizaje se requiere retomar lo que se espera como estado final, respecto a los aprendizajes en el área de PM, adquiridos por el estudiantado en particular respecto al estado de desarrollo de los conceptos transversales (categorías y subcategorías) al egresar del NMS.

La siguiente tabla contiene el aprendizaje de trayectoria para cada concepto transversal (categoría).

Se indican también niveles intermedios, llamados metas de aprendizaje¹⁶ las cuales son determinantes en esta propuesta pues a partir de ellas se elabora la estrategia de aprendizaje que va a ser el eje de las progresiones del PM, todo ello se presenta en la tabla siguiente:

¹⁶ Una meta de aprendizaje enuncia lo que se pretende que la o el estudiante aprenda durante la trayectoria de la unidad de aprendizaje curricular; permitirá construir de manera continua y eslabonada las estrategias de enseñanza y de aprendizaje es un referente para la evaluación y para el logro de los aprendizajes de trayectoria.

Aprendizajes de Trayectoria. Perfil de ingreso y egreso

Categorías y subcategorías del recurso sociocognitivo de pensamiento matemático	Aprendizaje de trayectoria EMS
<p>Categoría: Procedural</p> <p>Se refiere al conjunto de procedimientos matemáticos, algorítmicos y heurísticos, entendidos como, un "saber hacer" automático e inmediato que le posibilita al estudiante dar una respuesta ante un cuestionamiento o situación-problema.</p> <p>Subcategorías y Temáticas</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Pensamiento aritmético</i>: números, operaciones y registro numérico. 2. <i>Pensamiento algebraico</i>: expresiones algebraicas y operaciones, reconocimiento, percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos. 3. <i>Elementos geométricos</i>: figuras geométricas (su identificación, dimensiones, propiedades y construcción), trigonométricos y de Geometría Analítica (dimensiones, el plano y el espacio). 4. <i>Manejo de datos e incertidumbre</i>: enumeración, elementos descriptivos y cálculo combinatorio. 	<p>Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos, para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).</p>
<p>Categoría: Procesos de Razonamiento</p> <p>Conjunto de procesos complejos, que pueden ser de diferente naturaleza ya sea intelectual o lógica que permiten relacionar, vincular y analizar información en forma estructurada, a partir de un conjunto de premisas, establecer conjeturas, diseñar estrategias y elaborar argumentos y deducciones para obtener conclusiones.</p> <p>Subcategorías y Temáticas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Procesos cognitivos abstractos</i>: Observación, afirmación, intuición, conjeturas, caracterizaciones y analogías. 2. <i>Pensamiento espacial y razonamiento visual</i>: Uso de ideas, imágenes en dos o tres dimensiones. 3. <i>Pensamiento Aleatorio</i>: Sistemas de datos, tratamiento de incertidumbre y azar. 	<p>Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).</p>
<p>Categoría Solución de Problemas y Modelación</p> <p>Definida por dos procesos distintos, pero que comparten el poner en juego diferentes estrategias, ya sea para hacer una representación simplificada de un fenómeno a través de ecuaciones, funciones o fórmulas o bien para utilizar esta simplificación en la comprensión de situaciones.</p> <p>Subcategorías</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Uso de modelos</i>. 2. <i>Construcción de modelos</i>. 3. <i>Estrategias, heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios</i> (no algorítmicos). <p>Temáticas</p> <p>Las temáticas de esta categoría son: Cambio y variación: reconocimiento, percepción, identificación y caracterización en diferentes contextos, evidencias y alternativas; Constantes y sus relaciones; Patrones y regularidades en las temáticas se tiene viabilidad y validez; resultados (su interpretación y comprobación); detección y capitalización de errores.</p>	<p>Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.</p>

<p>Categoría Interacción y lenguaje matemático</p> <p>Entendida como un proceso social en el que se favorecen la negociación de significados, el consenso, el diálogo y el debate, además de las acciones asociadas con el desarrollo del pensamiento matemático, como la elaboración de conjeturas y argumentos o con la creatividad presente en diversas manifestaciones artísticas y culturales.</p> <p>Subcategorías</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. 2. Negociación de significados 3. Ambiente matemático de Comunicación <p>Temáticas:</p> <p>Las temáticas de esta categoría son variadas y de gran impacto para la transversalidad, consisten en un registro escrito donde hay principios y reglas (uso de símbolos, figuras, diagramas, gráficas y tablas), orden y validez de expresiones, reglas y convenciones, significado, comprensión de ejercicios y problemas, juicios, validez, belleza y cultura matemática.</p> <p>Existe también una puesta en común de las expresiones y su significado y la creación de una atmósfera que favorezca la Comunicación donde puedan expresarse argumentos, formas de ver e interpretar resultados de ejercicios o problemas y procesos de solución e interpretación de resultados.</p>	<p>Explica la solución de problemas en el contexto que le dio origen, empleando lenguaje matemático y lo valora como relevante y cercano a su vida.</p>
--	---

5.2 Metas de aprendizaje

Las metas de aprendizaje para el logro de los aprendizajes de trayectoria, asociadas con cada una de las categorías establecidas, se muestran en la siguiente tabla. Son tres para Procedural, cuatro para los Procesos de Razonamiento, cuatro para Solución de Problemas y Modelación y tres para Lenguaje Matemático e Interacción se listan en la tabla siguiente.

Metas de Aprendizaje (Niveles marcados por el verbo¹⁷ de la meta)

Recordar	Comprender	Aplicar	Analizar	Evaluar	Crear
Categoría 1 Procedural	Subcategorías 1. Pensamiento aritmético 2. Pensamiento algebraico 3. Elementos Geométricos 4. Manejo de datos e incertidumbre				
Meta					Aprendizaje de trayectoria
C1M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver	C1M2 Integra métodos de diferente naturaleza (aritmética, algebraica,	C1M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución			Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos para

¹⁷ El verbo es una guía para mostrar que hay niveles de complejidad pero no se refiere a seguir o cumplir en forma estricta una taxonomía.

problemas matemáticos y de otras áreas de conocimiento.	geométrica o variacional) para la solución de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	de problemas matemáticos y de otras áreas de conocimiento, mediante la verificación directa o empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	
Categoría 2 Procesos de Razonamiento	Subcategorías 1. Procesos cognitivos abstractos 2. Pensamiento espacial y razonamiento visual 3. Pensamiento aleatorio			
Meta			Aprendizaje de trayectoria	
C2M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo.	C2M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación.	C2M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones categóricas o la posibilidad de ocurrencia de eventos para establecer similitudes y diferencias, organizándolos en formas lógicas o convenientes útiles en la solución de problemas.	C2M4 Combina diferentes procesos de razonamiento matemático al plantear un modelo o resolver un problema o una situación o fenómeno, natural, experimental o social (incluyendo los de tipo estadístico o probabilístico) e interpreta tanto el resultado como su contribución al su mayor entendimiento, o a la predicción y/o reducción del nivel de riesgo.	Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).
Categoría 3. Solución de problemas y modelación	Subcategorías 1. Uso de modelos 2. Construcción de Modelos 3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios			
Metas			Aprendizaje de trayectoria	

<p>C3M1 Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema.</p>	<p>C3M2 Construye un modelo con lenguaje matemático y pone a prueba su utilidad para el estudio de un fenómeno (natural o social) o una situación problema</p>	<p>C3M3 Explica procedimientos para la solución de problemas (de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas</p>	<p>C3M4 Formula problemas matemáticos, de su entorno o de otras áreas de conocimiento, a partir de cuestionamiento para resolverlos con estrategias, heurísticas, procedimientos informales o formales.</p>	<p>Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.</p>
<p>Categoría 4. Interacción y lenguaje matemático</p>	<p>Subcategorías 1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico 2. Negociación de significados 3. Ambiente matemático de Comunicación</p>			
<p>Metas</p>				<p>Aprendizaje de trayectoria</p>
<p>C4M1 Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde al contexto.</p>	<p>C4M2 Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos.</p>	<p>C4M3 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o a evaluación.</p>	<p>Explica la solución de problemas en el contexto que le dio origen, empleando lenguaje matemático y lo valora como relevante y cercano a su vida.</p>	

Transversalidad

La transversalidad es un elemento fundamental del modelo educativo de la NEM, constituye la estrategia curricular para las áreas de conocimiento (Ciencias sociales, Ciencias naturales, experimentales y tecnología y las Humanidades), los recursos sociocognitivos (Comunicación y Lengua, Conciencia Histórica, Cultura Digital,) y socioemocionales, en forma integral, permite relacionar los distintos

conocimientos disciplinares de una manera coherente y significativa para el logro de aprendizajes de trayectoria.

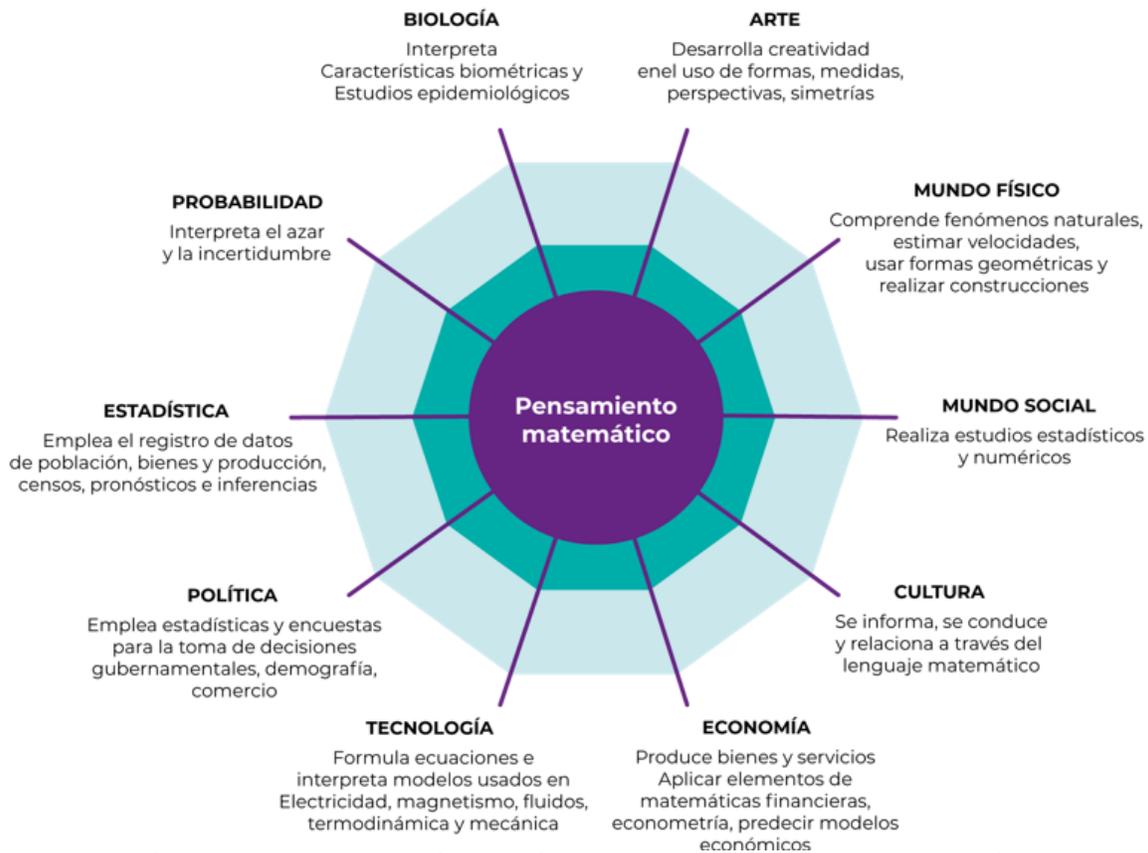


Figura 2. Algunas conexiones útiles para dar ejemplos de transversalidad.

La transversalidad conecta y articula los saberes, considera la formación teórica y la práctica, a fin de lograr una educación sistémica y flexible, centrada en los intereses y contexto del alumno que se distinga por ser pertinente y estar orientada al logro de aprendizajes de Trayectoria.

Desde cada categoría de *pensamiento matemático* se establecen posibles conexiones con las otras áreas.

Las conexiones van más allá de la aplicación de las asignaturas (álgebra, geometría, estadística, etc.), se busca que la o el estudiante desarrolle **una forma de pensar** que le permita comprender su mundo y lo lleve a resolver problemas con origen en lo cotidiano, en este sentido la transversalidad es del conocimiento.

La categoría procedural, en particular, tiene impacto con *todos los componentes del diamante del conocimiento*, contiene como subcategoría al lenguaje aritmético lo que implica el trabajo con números, formas, fórmulas y expresiones,

presentes en su vida desde su infancia y que más tarde se convierte en indispensable para ubicarse en el espacio, usar medidas y magnitudes o bien para clasificar, contar, comprender, describir su entorno (personal, social o laboral) y para transformarlo.

Las otras tres categorías (procesos de razonamiento, solución de problemas y modelación, interacción y lenguaje matemático) también se relacionan con las categorías y subcategorías de los recursos sociocognitivos y con las de las áreas de conocimiento, aunque en forma diferenciada, pues si bien es innegable que los procesos de razonamiento, la solución de problemas, el uso de modelos y el lenguaje matemático están presentes en ellas, las subcategorías son más específicas, al describir los elementos contenidos en observar, elaborar registros, imaginar, desarrollar la intuición, anticipar resultados, conjeturar, deducir, inferir, hacer analogías y obtener conclusiones a partir de ideas y enunciados considerados ciertos o válidos.

La tabla siguiente muestra la forma en que se conectan las categorías del pensamiento matemático con otras áreas.

Área	Procedural	Procesos de razonamiento	Solución de Problemas y Modelación	Interacción y Lenguaje matemático
Conciencia Histórica				
Proceso histórico	X	X		X
Pensamiento crítico histórico		X		X
Explicación histórica	X	X	X	X
Método histórico	x	X	X	
Lengua y Comunicación				
Atender y Entender	X	X	X	X
Exploración del Mundo a través de la lectura.	X	X	X	X
La expresión verbal, visual y gráfica de las ideas.	X	X	X	X
Indagar y compartir	X	X	X	X
Ciencias naturales, experimentales y tecnología				
Patrones	X	X	X	X
Causa y efecto		X	X	X
Medición	X	X	X	X
Sistemas			X	
Conservación, flujos y ciclos de la materia y la energía	X		X	
Estructura y función	X		X	X
Estabilidad y cambio	X		X	X

Área	Procedural	Procesos de razonamiento	Solución de Problemas y Modelación	Interacción y Lenguaje matemático
Ciencias Sociales				
El bienestar y la Satisfacción de necesidades	X	X	X	X
La Organización de la sociedad		X		
Normas sociales y jurídicas	X	X	X	
Estado			X	
Relaciones de Poder	X	X	X	X
Cultura Digital				
Ciudadanía digital	X			X
Comunicación y colaboración				X
Pensamiento algorítmico	X	X	X	X
Creatividad Digital	X	X	X	X
Humanidades				
Vivir aquí y ahora			x	X
Estar juntos		X	x	X
Experiencias		X		

En este rediseño se incluyen también aprendizajes socioemocionales, estos aprendizajes favorecen la tolerancia, el manejo de la frustración, contribuyen a generar una actitud positiva hacia los contenidos de la matemática y promueven el desarrollo del pensamiento matemático. Los aprendizajes socioemocionales y del cuidado de la salud, dotan al estudiantado de una comprensión integral de su persona, que les ayuda a desarrollar un concepto positivo de sí mismos, a promover relaciones sanas, a vivir buscando ambientes de compromiso y de respeto, desarrollan la capacidad de reconocer y manejar sus emociones, les dan una visión desde los valores para dar un sentido de responsabilidad en la toma de decisiones donde el pensamiento matemático apoya dando solidez y seguridad.

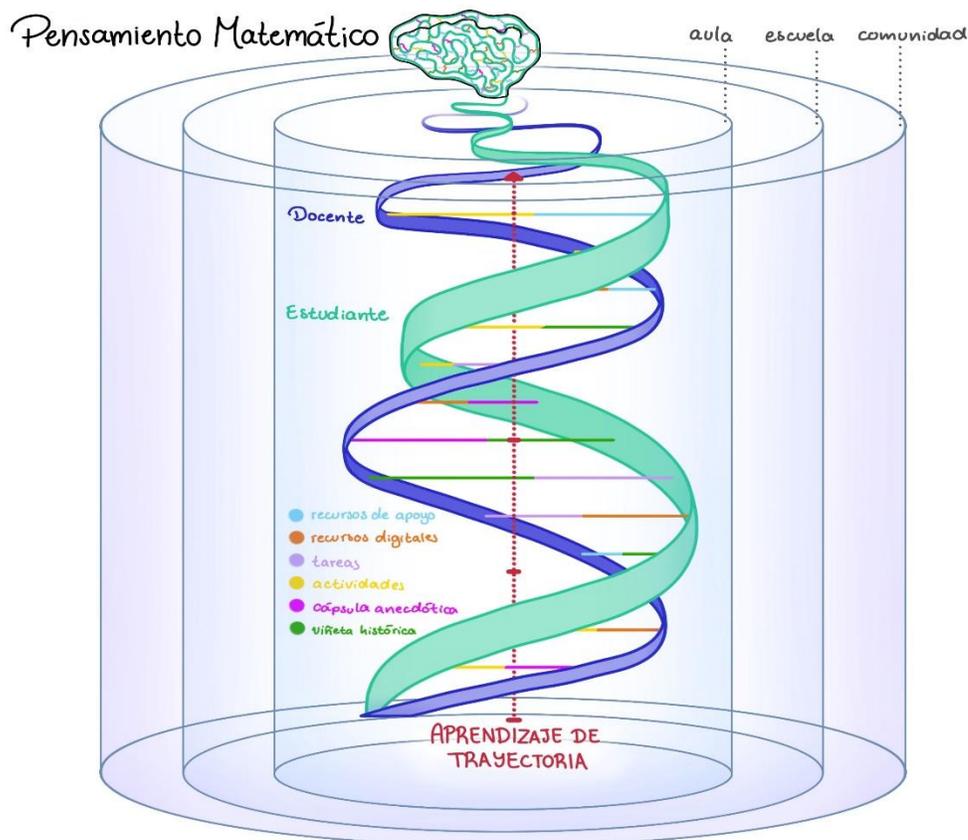
Ámbito	Procedural	Procesos de razonamiento	Solución de Problemas y Modelación	Interacción y Lenguaje matemático
Recursos Socioemocionales				
Responsabilidad Social	X		X	X
Cuidado Físico-corporal	X		X	X
Bienestar emocional afectivo	X			X
Práctica y colaboración ciudadana		X		
Educación integral en sexualidad y Género	X	X	X	X
Actividades físicas y deportivas	X	X	X	X

Ámbito	Procedural	Procesos de razonamiento	Solución de Problemas y Modelación	Interacción y Lenguaje matemático
Actividades artísticas y culturales	X	X	X	X
Educación para la salud	X	X	X	X

A partir de los elementos analizados y con la intención de dar continuidad a lo establecido en los Fines de la Educación para el siglo XXI, resulta necesario dar un impulso adicional y concretar realmente la intención ahí establecida de formar al individuo para que sea capaz de adaptarse a los entornos cambiantes y diversos, maneje información de una variedad de fuentes impresas y digitales, desarrolle un pensamiento complejo, crítico, creativo, reflexivo y flexible, resuelva problemas de forma innovadora en colaboración con otros, establezca metas personales y diseñe estrategias para alcanzarlas.

El MCCEMS abre posibilidades para una mejor formación, por ejemplo, con las temáticas (conceptos centrales) de la categoría (conceptos transversales), representadas por procesos de razonamiento, se espera que el estudiantado tome conciencia de lo que implica plantearse preguntas, hacer conjeturas, argumentar y tomar mejores decisiones.

Como parte de la Nueva Escuela Mexicana, el MCCEMS es un elemento fundamental de un modelo más flexible donde el Pensamiento Matemático, lleva a la metacognición y a la aplicación; es holístico y brinda mejores experiencias de aprendizaje al tomar en cuenta el contexto personal, regional, nacional y mundial sin dejar de atender el estado socioemocional de las y los estudiantes, para que alcancen las metas sustantivas y constructivas en su vida (Aprendizajes Clave para la Educación Integral) mediante aprendizajes de excelencia a lo largo del trayecto de su formación, que son incluidos en tres semestres cuyas progresiones de contenido surgen de la integración de conceptos centrales (temáticas) y conceptos transversales (categorías, subcategorías) organizadas considerando su **relativa** complejidad y dificultad, mediante las metas de aprendizaje, sin embargo no hay una linealidad estricta puesto que el pensamiento matemático es un proceso complejo, a veces presenta bucles o ciclos y tiene retrocesos y avances no secuenciales.



VI. Progresiones

En las tres unidades de aprendizaje curricular de PM se enfocan a ciertas variedades del Pensamiento Matemático como se muestra en la siguiente tabla.

Unidad de Aprendizaje Curricular	Tipo de PM
Pensamiento Matemático 1	Pensamiento estadístico y probabilístico
Pensamiento Matemático 2	Pensamiento aritmético, algebraico y geométrico.
Pensamiento Matemático 3	Pensamiento variacional.

En los tres semestres se iniciarán las progresiones con un primer elemento denominado introducción a la progresión, dedicado a generar el ambiente favorable y de motivación para el curso.

Se incluyen aspectos que hacen evidente la importancia del PM, el potencial de los procesos y habilidades asociados a él, las razones que hacen del PM un recurso cognitivo del NMCC, la utilidad que tiene para el estudiantado, los nuevos desarrollos dentro de la Matemática y la forma en que el PM contribuye a que sea

la matemática una ciencia en crecimiento y de gran utilidad dentro y fuera del ambiente académico.

En la siguiente sección, se describen los niveles de progresión, así como las metas de aprendizaje y la categoría a la que se orientan principalmente, aunque no se puede tratar la categoría como única, puesto que todas están relacionadas. Se pretende con esto que todas las metas se alcancen y todas las habilidades incluidas en las categorías (conceptos transversales) se desarrollen a lo largo del Bachillerato para garantizar el logro de los aprendizajes de trayectoria especificados para cada categoría.

6.1 Pensamiento Matemático 1

6.1.1 Aplicación disciplinar

Para el logro de las metas de aprendizaje, se abordarán los conceptos centrales de la temática de Probabilidad y Estadística, las categorías y subcategorías en las unidades de aprendizaje curricular asociadas al recurso sociocognitivo de pensamiento matemático.

El conocimiento y experiencias adquiridos a partir de este recurso se articularán con los otros recursos sociocognitivos, áreas de acceso al conocimiento, recursos y ámbitos de la formación socioemocional con el propósito de que la población estudiantil comprenda, analice, entienda, explique y resuelva situaciones, fenómenos o problemas que se le presenten en múltiples contextos.

En la **primera unidad de aprendizaje curricular (primer semestre)** de pensamiento matemático se abordará el **razonamiento estadístico y probabilístico**, éste responde a la necesidad de tomar decisiones basadas cuando existe gran cantidad de datos, hay datos inciertos o los datos están incompletos. Decidir en una situación de incertidumbre obliga a emplear formas de razonamiento estadístico o probabilístico.

A partir de la comprensión de una situación problema, el estudiantado pondrá en juego procesos de razonamiento, por ejemplo: observa y decide el tipo de información que se requiere para el estudio de la situación, obtiene datos, registra, establece relaciones entre los datos y emplea procedimientos y algoritmos, que usualmente se conocen como técnicas estadísticas y probabilísticas con la intención de describir mejor la situación, desde la identificación de las variables involucradas, las relaciones que se dan entre ellas, el impacto de su ocurrencia, etc. Eso lo expresa en lenguaje matemático y al final emplea modelos para analizar/resolver la situación problema, interpreta la solución y elabora conclusiones (describe, infiere, pronostica) vinculadas al contexto.

6.1.2 Temática general

En el recurso sociocognitivo de pensamiento matemático, la población estudiantil aprenderá a obtener, describir, utilizar, interpretar y analizar la información de la situación, fenómeno o problemática de las ciencias sociales, naturales, experimentales y tecnología, y humanidades, así como de los recursos sociocognitivos, a través de la estadística y la probabilidad.

¿Cómo analizar y proponer soluciones a una situación, fenómeno o problemática personal, social o ambiental, vinculada a las ciencias naturales, experimentales y tecnología, experimentales y tecnología, ciencias sociales, así como a las humanidades y los recursos sociocognitivos, a partir del uso de la estadística o de la probabilidad?

6.1.3 Metas, Categorías y Progresiones

Las progresiones en esta unidad tratan del análisis y manejo de información se dividen en dos, la primera parte abarca temas de probabilidad y la segunda estadística. Se alcanzan las cuatro metas resaltadas en la tabla que se traducen en metas de las progresiones.

PENSAMIENTO MATEMÁTICO			
PRIMER SEMESTRE			
Categoría			
Procedural	Procesos de Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			
Pensamiento aritmético Pensamiento algebraico. Manejo de datos e incertidumbre	Procesos cognitivos abstractos Pensamiento aleatorio	Uso de modelos Construcción de Modelos Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico Ambiente matemático de Comunicación
Aprendizajes de Trayectoria			
Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).	Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.	Explica la solución de problemas en el contexto que le dio origen, empleando lenguaje matemático y lo valora como relevante y cercano a su vida.
Metas de Aprendizaje			
C1M1	C2M1	C3M1	C4M1

<p>Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos y de otras áreas de conocimiento.</p>	<p>Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo.</p>	<p>Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema. Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema. Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema.</p>	<p>Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde al contexto. Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde al contexto.</p>
<p>C1M2 Integra métodos de diferente naturaleza (aritmética, algebraica, geométrica o variacional) para la solución de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).</p>	<p>C2M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación. Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación.</p>	<p>C3M2 Construye un modelo con lenguaje matemático y pone a prueba su utilidad para el estudio de un fenómeno (natural o social) o una situación problema</p>	<p>C4M2 Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos. Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos.</p>

C1M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento, mediante la verificación directa o empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C2M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones categóricas o la posibilidad de ocurrencia de eventos para establecer similitudes y diferencias, organizándolos en formas lógicas o convenientes útiles en la solución de problemas.	C3M3 Explica procedimientos para la solución de problemas (de las ciencias naturales, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.	C4M3 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o a evaluación.
	C2M4 Combina diferentes procesos de razonamiento matemático al plantear un modelo o resolver un problema o una situación o fenómeno, natural, experimental o social (incluyendo los de tipo estadístico o probabilístico) e interpreta tanto el resultado como su contribución al su mayor entendimiento, o a la predicción y/o reducción del nivel de riesgo.	C3M4 Formula problemas matemáticos de su entorno o de otras áreas del conocimiento, a partir de cuestionamientos para resolverlos con estrategias heurísticas, procedimientos formales o informales.	

PROGRESIÓN

Introducción a la progresión

El PM, en general y el pensamiento estadístico y probabilístico, en particular son muy útiles al estudiantado de bachillerato si tiene habilidad y utiliza la memoria puede hacer desde trucos con una baraja hasta inferencias y pronósticos sobre diversas situaciones de su vida diaria y para el ambiente laboral. Mostrar la incertidumbre, el azar y la utilidad de BIG DATA en las diversas áreas de conocimiento genera interés en el estudiantado y permite una apertura y disposición ante el esfuerzo que este reto intelectual implica, por ello iniciar hablando de la matemática en el NMCC. Como se relaciona la incertidumbre con la bioquímica, con problemáticas sociales, ambientales y personales es un planteamiento que resulta muy interesante si se aborda solo en forma de divulgación y no como temas a desarrollar formalmente. Se da como guía algunos ejemplos:

- Dentro de la bioquímica, las matemáticas se usan para modelar interacciones moleculares e incluso predecir interacciones potenciales de un conjunto de proteínas dadas (usadas en el descubrimiento de fármacos).
- Hay algunos trabajos de investigación publicados que discuten la aplicación de la teoría de grafos y la teoría del diseño a la genómica, específicamente la codificación de un gen desconocido dados ciertos marcadores o fragmentos. Esto se puede extender al uso de álgebra lineal de alta gama para crear matrices de adyacencia e incidencia y combinarlas para generar una secuencia genética y proporcionar probabilidades de que el código dado sea correcto [1].
- La estructura matemática del ADN. Científicos brasileños revelan mediante ecuaciones que el código genético es similar al funcionamiento del sistema digital [2]
- Las matemáticas revelan el genoma humano. Un análisis matemático ha llevado a investigadores en Japón a una fórmula que puede describir el movimiento de ADN dentro de las células humanas vivas. Mediante el uso de estos cálculos, los científicos pueden ser capaces de revelar la arquitectura en 3D del genoma humano [3].

Primera Parte: Pensamiento Probabilístico

...preparar las mentes para afrontar las incertidumbres que no cesan de aumentar, no sólo haciéndoles descubrir la historia incierta y aleatoria del Universo, de la vida, de la humanidad, sino también favoreciendo en ellas la inteligencia estratégica y la apuesta por un mundo mejor...
Edgar Morín

1. En diversas situaciones de la vida cotidiana o del ámbito escolar o laboral hay circunstancias en que se requiere **tomar decisiones**, esto puede hacerse en forma intuitiva, al azar o empleando información para valorar los posibles resultados y consecuencias de lo que se decida. Para iniciar la progresión se *consideran* ejemplos de situaciones de diferente naturaleza, se toman decisiones empleando o no información y se comenta si ahí está o no presente el pensamiento matemático. *Discute* la importancia de tomar decisiones a través de ejemplos de la vida cotidiana y de situaciones ficticias para valorar la toma de decisiones como un proceso que define el presente y proyecta el futuro, no solo de la persona que decide sino de todo el sistema relacionado con ella, enfatizando que decidir de forma adecuada es un proceso de razonamiento donde el conocimiento de los datos y el análisis de implicaciones es parte del pensamiento matemático. (C2M1)
2. *Explica* los diferentes tipos de **proceso de toma de decisiones** a las que se enfrenta una persona (racional, intuitiva, de rutina, etc.) para identificar pasos como recolectar información, clasificar y organizar datos, visualizar el tipo de evidencia, resolver sin suficiente información o con datos inciertos y discutir **el papel de la Estadística y la Probabilidad en este proceso**. (C1M1,

C2M1)

3. *Localiza* diversas situaciones cotidianas para percibir alguna problemática de interés e intuir y generar explicaciones, posteriormente y haciendo *uso de datos, realizando conteos, e introducir las nociones de probabilidad, así lo llevarán a hacer cálculos de probabilidad y probabilidad condicional*. (C1M1 y C2M2)
Interpreta frases (Meda, 2002) para introducirse al *lenguaje y significado de la probabilidad*, así como algunas de sus implicaciones:
“supongamos que desde que uso mi método para lanzar el balón he llevado la cuenta de cuántos tiros he realizado (por ejemplo, 24,000) y cuántas veces he encestado (en este ejemplo, 14,400), entonces puedo concluir que la eficiencia del método es del 60%”
4. *Elige* métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo: combinaciones, permutaciones) para *calcular la probabilidad de eventos simples o empleando la suma y la multiplicación de probabilidades* según proceda y reflexiona como se emplea la probabilidad como parte del sentido común y detecta en qué casos puede reducir la incertidumbre. (C1M2).
5. *Identifica* sucesos exclusivos e independientes para emplearlos en la determinación de *probabilidades condicionales* en casos sencillos de problemas de las ciencias sociales, naturales, experimentales y tecnología y humanidades. (C1M1, C2M3)
6. *Aplica* la probabilidad condicional, al incorporar cambios en los eventos aleatorios cuando se adquiere nueva información, o bien ante la asociación entre variables, revisando elementos como la *regresión en modelos lineales* y la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre para emplearlo en situaciones, fenómenos o problemáticas personales, sociales o ambientales. (C4M1)

Segunda Parte: Pensamiento Estadístico

knowledge of statistical procedures and statistical reasoning (based primarily on probability) that is increasingly more important in making informed decisions related to both the world of work as well as to personal decisions about health, family finances, schooling options, and filing tax returns, but also societal issues such as climate change, inflation rates, income tax policies and country budgets.

William H. Schmidt
OECD Education Working

7. *Examina y explica* el contenido del artículo “Surgimiento de la Epidemiología” [4], para esquematizar *la utilidad del manejo de datos*, en este caso se trata de una situación de gran relevancia y da un panorama de la forma en que se realizan cálculos y ejecutan algoritmos para resolver problemas (C4M2)
8. *Selecciona* una situación, fenómeno o problemática personal, social o ambiental, vinculada a las ciencias naturales, experimentales y tecnología, experimentales y tecnología, ciencias sociales, o bien a las humanidades o la conciencia histórica que sea de su interés o de su comunidad para responder cuáles son los *datos* involucrados y detectar las *variables o constantes (números y su tipo) que permitan investigar y explicar la situación*. (C3M1)
9. *Busca y obtiene* información numérica (cuantitativa) o categórica (cualitativa) de diversas fuentes que permiten recoger *datos significativos y apropiados* relacionados con la situación, fenómeno o problemática seleccionada para Identificar relaciones entre la información obtenida, tales como patrones, causa-efecto, etc. (C4M1, C3M2)
10. *Asigna* símbolos y conceptos matemáticos (pictogramas, ..., relación entre variables en el plano cartesiano) para *organizar la información numérica, determinar la frecuencia* con que aparecen, con herramientas tecnológicas de productividad donde represente tablas y/o diagramas. (C4M1, C3M1 C4M2)
11. *Deduce* la forma de la relación (para el caso de relaciones entre dos variables) a través de una *gráfica de dispersión* y en caso de ser pertinente, elige o construye un *modelo lineal, polinomial, exponencial, otro o ninguno*) y elabora interpretaciones iniciales. (C3M1, C3M2, C4M1, C4M2)
12. *Estima* las características de una variable de la situación problema elegida en el punto anterior (*mínimo/máximo, rango*), para agrupar sus valores en clases, dependiendo de la cantidad de datos, localiza los *extremos superior e inferior y marcas de clase en variables numéricas (continuas y discretas)*, además de ampliar la interpretación e incluir variables no numéricas (ordinales y nominales) que se pueden medir con una escala nominal y permitan formalizar lo realizado (C4M3)
13. *Selecciona los “estadígrafos” (media, mediana y moda)* para datos agrupados y no agrupados, y un dispositivo tecnológico (de acuerdo con la disponibilidad y pertinencia) para calcular las *medidas de tendencia central, de dispersión (desviación estándar, varianza)*, de posición (cuartiles, deciles, percentiles), a fin de visualizar la forma de distribución de los datos e interpretar los resultados con la finalidad de analizar, interpretar

y explicar con lo anterior una interpretación o solución de la situación problema, fenómeno o problemática personal, social o ambiental. (C3M3)

14. *Explica* la situación, fenómeno o problemática personal, social o ambiental, elegida *utilizando las medidas de tendencia central, las de dispersión y la elaboración de gráficas que describen la distribución* a partir del conocimiento de *algunas distribuciones, sus propiedades y significado, en particular la Distribución normal*. (C3M4)
15. *Valora* la posibilidad de *hacer inferencia a partir de la revisión de algunas propiedades de la distribución normal, del sentido de la estadística inferencial* y considera algunos fenómenos que son o se acercan, al modelo de distribución normal (socializa su opinión acerca de la posibilidad de que variables como la edad, estatura, peso, ... se comporten “normalmente” (C3M4, C4M2, C4M3)

6.2 Pensamiento Matemático 2

6.2.1 Aplicación disciplinar

Para alcanzar las metas de aprendizaje, se abordarán las temáticas (conceptos centrales) empleando elementos de las categorías y subcategorías (conceptos transversales) del pensamiento matemático (aritmético y algebraico). En la segunda unidad de aprendizaje curricular, se emplean los recursos útiles a las áreas de conocimiento y a otros recursos sociocognitivos asociados a contenidos matemáticos del Álgebra y la Geometría.

El conocimiento y las experiencias adquiridos a partir de contenidos conceptuales y procedimentales (números, lenguaje algebraico, operaciones algebraicas, propiedades geométricas, solución de ecuaciones, etc.) se articulan con los otros recursos sociocognitivos, áreas de conocimiento y ámbitos de la formación socioemocional, con el propósito de que la población estudiantil descubra, comprenda, analice, explique y resuelva situaciones, fenómenos o problemas que se le presenten en múltiples contextos.

Las progresiones para esta segunda unidad promueven un mejor entendimiento del álgebra y de algunos conceptos geométricos, dan la posibilidad de expresar, medir, cuantificar y resolver situaciones problema de la matemática o de otras áreas de conocimiento, incluyen procesos donde se generaliza, analiza, resuelve y comprueba el resultado en el contexto correspondiente.

A través de las progresiones se establece la forma en que se relaciona el pensamiento matemático: aritmético (números y sus propiedades), algebraico (lenguaje y técnicas), geométrico (figuras y sus propiedades, procesos deductivos, demostraciones) y variacional (relación entre magnitudes variables) con el resto de los elementos del currículum fundamental.

Se revisa terminología y simbología propia de la matemática, en las actividades. Se incluye: la identificación de operaciones (su jerarquía y algoritmos), por ejemplo, interpretaciones del signo igual (como enlace entre los pasos de un desarrollo

algebraico, conectar los dos miembros de una ecuación, o bien en una identidad, etc.).

Otro tema de interés está relacionado con las variables y sus diferentes usos (en una fórmula, una función, una ecuación, para representar un patrón) y también se revisan los algoritmos (simplificación de operaciones, basados en propiedades, útiles en la solución de ecuaciones, ejercicios y problemas) y la lengua y Lengua y de las ideas matemáticas mediante el lenguaje (algebraico) y la representación (geométrica).

6.2.2 Temática general

Emplea generalizaciones y abstracciones para formular expresiones algebraicas o patrones, ecuaciones y funciones; utiliza el lenguaje algebraico y su simbología para resolver situaciones, fenómenos o problemáticas personales, sociales, ambientales vinculadas a las ciencias naturales, experimentales y tecnología, experimentales, así como a las humanidades y los recursos sociocognitivos, tecnología, ciencias sociales, vistos no solo como una representación simbólica o una ejecución automática, sino como un proceso de razonamiento abstracto y sistémico que involucra desde comprender, modelar, justificar hasta determinar, interpretar y validar el resultado en el contexto que le dio origen.

¿Cómo se puede describir, analizar y resolver una problemática social o un fenómeno natural, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, experimentales y tecnología, las ciencias sociales y las humanidades, los recursos sociocognitivos o de la vida cotidiana empleando el pensamiento matemático (aritmético, algebraico, geométrico y variacional)?

6.2.3 Metas, Categorías¹⁸ y Progresiones.

En el lenguaje de las matemáticas, las ecuaciones son como la poesía: establecen verdades con una precisión única, comportan grandes volúmenes de información en términos más bien breves y, por lo general son difíciles de comprender por el no iniciado. Y así como la poesía nos ayuda a ver profundamente en nuestro interior, la poesía matemática nos ayuda a ver mucho más allá de nosotros mismos. (Michael Guillén, 2000).

PENSAMIENTO MATEMÁTICO SEGUNDO SEMESTRE			
Categorías			
Procedural	Procesos de Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			

¹⁸ Las categorías empleadas en esta progresión están señaladas en color azul.

Pensamiento aritmético	Procesos cognitivos abstractos	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Pensamiento algebraico	Pensamiento espacial y razonamiento visual	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos Geométricos	Pensamiento aleatorio	Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de datos			

Aprendizajes de Trayectoria

Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).	Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.	Explica la solución de problemas en el contexto que le dio origen, empleando lenguaje matemático y lo valora como relevante y cercano a su vida.
--	--	--	--

Metas de Aprendizaje

C1M1	C2M1	C3M1	C4M1
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos y de otras áreas de conocimiento.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo.	Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema. Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema. Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones	Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde al contexto. Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde al contexto.

		para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema.	
<p>C1M2</p> <p>Integra métodos de diferente naturaleza (aritmética, algebraica, geométrica o variacional) para la solución de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).</p>	<p>C2M2</p> <p>Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación.</p> <p>Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación.</p>	<p>C3M2</p> <p>Construye un modelo con lenguaje matemático y pone a prueba su utilidad para el estudio de un fenómeno (natural o social) o una situación problema</p>	<p>C4M2</p> <p>Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos.</p> <p>Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos.</p>
<p>C1M3</p> <p>Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento, mediante la verificación directa o empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.</p>	<p>C2M3</p> <p>Compara hechos, opiniones o afirmaciones categóricas o la posibilidad de ocurrencia de eventos para establecer similitudes y diferencias, organizándolos en formas lógicas o convenientes útiles en la solución de problemas.</p>	<p>C3M3</p> <p>Explica procedimientos para la solución de problemas (de las ciencias naturales, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.</p>	<p>C4M3</p> <p>Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o a evaluación</p>
	<p>C2M4</p> <p>Combina diferentes procesos de razonamiento matemático al plantear un modelo o resolver un problema o una situación o fenómeno, natural, experimental o social (incluyendo los de tipo estadístico o probabilístico) e interpreta tanto el resultado como su</p>	<p>C3M4</p> <p>Formula problemas matemáticos de su entorno o de otras áreas del conocimiento, a partir de cuestionamientos para resolverlos con estrategias heurísticas, procedimientos formales o informales.</p>	

	contribución al su mayor entendimiento, o a la predicción y/o reducción del nivel de riesgo.		
--	--	--	--

Progresión

Introducción a la Progresión

Tanto el pensamiento algebraico como el geométrico son recursos necesarios para el estudiantado, dentro y fuera del ambiente escolar. Mostrar que el uso del lenguaje, el manejo de expresiones algebraicas y la aplicación de las desigualdades y ecuaciones están presentes en diversas situaciones de la vida diaria y del ambiente laboral de las personas, puede mostrar al estudiantado que en este curso se encontrará con algo útil e interesante. El tiempo que se dedique a la presentación de ejemplos de uso del PM tiene el propósito de mostrar que el esfuerzo por realizar el reto que representa transitar del lenguaje aritmético al algebraico tiene un valor importante para la vida de quien lo emprenda.

Ejemplos como:

- a) Aplicación de las matemáticas en la agricultura: análisis de suelos, en los que los porcentajes de determinados elementos como el nitrógeno se miden para determinar qué tan bien un cultivo crecería. Además, se usan las matemáticas en el análisis de mezclas de fertilizantes antes de ser utilizados, así como en la conformación de los acres y en las proyecciones de cultivos .
- b) Un abogado utiliza el PM cuando lee el código que establece “Con Prisión de 6 meses a 3 años y multa de 10 a 100 veces el salario, cuando el valor de lo defraudado excediera de 10, pero no de 500 veces el salario; Fe de erratas a la fracción DOF 13-01-1982, 15-01-1982”
- c) En el deporte, en particular en el fútbol, la Federación Internacional de Fútbol Asociado (FIFA) utiliza un modelo matemático para establecer y mantener actualizado un “ranking” (escala numérica) de la ubicación de fuerza futbolística de sus miembros.
- d) Se utiliza el PM en la creación de la estructura matemática de los ECC, éstos son un conjunto de comandos insertos en el software instalado en los chips de las computadoras, en dispositivos de telecomunicaciones, televisores y smartphones para corregir información digital defectuosa durante el transcurso de una conversación telefónica o, por ejemplo, en el almacenamiento de datos en el disco rígido de una computadora. También se cree que esto puede estar presente en secuencias genéticas de las células.

1. A través de sus conocimientos previos sobre elementos del **lenguaje algebraico**, *identifica* su uso básico para describir elementos de su mundo personal y escolar, considerando **números, variables, signos y símbolos**. (C2M1). Observa diferentes tipos de actividades de interés para el estudiantado por su contenido o por estar escrita como reto o juego y comentar la conveniencia de emplear un lenguaje que usa signos, variables y símbolos de operaciones para representarlas. Entre los casos a analizar pueden estar los siguientes: a) Situaciones de aparente adivinanza con la

intención de generar representaciones o interpretaciones que exhiben una explicación basada en sus propiedades, patrones y relaciones para formar expresiones y ecuaciones, un ejemplo está dado por el ejercicio “adivina mi edad”

Piensa en un número, multiplícalo por 3, súmale 12, multiplícalo por 4, réstale 8, divídelo entre 4, resta el número que pensaste, divide entre 2
 Dime ¿cuánto te dio?

Si yo resto 5 al número que te dio puedo adivinar el número que pensaste
 ¿Te gustaría saber cómo adiviné? ¿Crees que el pensamiento matemático permita saber cosas como ésta?

2. *Trabaja con expresiones matemáticas que requieran transformarse o combinarse con otras mediante operaciones: adición y multiplicación, productos notables y factorizaciones, expresiones polinómicas y su simplificación, uso de expresiones y ecuaciones equivalentes, solución de ecuaciones y desigualdades*

ejemplos:

¿Qué relación tienen las cantidades siguientes?

$(\pi)/(2)$ y $2/1 \cdot 2/3 \cdot 4/3 \cdot 4/5 \cdot 6/5 \cdot 6/7 \dots$

aproxima el valor de la segunda para decir algo de la comparación con $\pi/2$?

Una persona para elevar 988 al cuadrado hizo las siguientes

transformaciones:

$$988^2 = (988)(988) = (1000)(976) + 144 = 976144$$

Muestra la transformación algebraica y verifica si puede aplicarse a otros casos como 27^2 , 63^2 , o 48^2 . (C1M1)

3. *Utiliza el lenguaje matemático* como herramienta para plantear o modelar problemas y emplea en cada caso ejemplos significativos en su contexto, se puede resolver algún juego o reto.

Ejemplo:

* Una pelota de goma se deja caer desde una altura de 10 m.

En cada rebote sube hasta la mitad de la altura máxima anterior. Calcule la distancia total que recorre la pelota antes de quedar en reposo.

* Un caballo y un burro caminan juntos, el caballo se queja de su carga, el burro le dice ¿de qué te quejas? Si yo tomara un saco de la tuya mi carga sería el doble de la tuya. En cambio, si te doy uno de los míos, tu carga se iguala a la mía, así que no tienes por qué quejarte pues yo llevo más sacos que tú.

Explica el razonamiento del burro y determina el número de sacos que lleva c/u. (C3M1, C3M2C)

4. *Investiga* las características de algunos *sistemas numéricos* considerando su contexto histórico y el surgimiento de ciertos conjuntos de números: los

- racionales, los irracionales para construir los números reales, analizar sus propiedades y emplearlos en la solución de problemas. (C4M1)
5. Realiza *operaciones empleando lenguaje algebraico para representar situaciones y da un significado*, en algunos casos, a los resultados obtenidos empleando datos de medidas de magnitudes como: longitud, tiempo, distancia, entre otras, involucrados en una situación problema, o fenómeno y socializa tanto el tipo de número como el significado de las operaciones, los procedimientos y resultados, a partir del contexto donde se obtuvo la información. (C1M1 y C4M2)
 6. Utiliza las ideas de *igualdad y desigualdad, sus propiedades*, así como números y conceptos fundamentales del álgebra, como factor, divisor, divisibilidad, entre otros y esquematiza y describe situaciones donde se utilicen los símbolos =, >, <, considerando formas diferentes de uso, por ejemplo: $A=bh$, $x^2-4=(x-2)(x+2)$, $2<x+4$, la región del plano xy tal que $y>5$. (C1M1, C4M1, C4M2)
 7. Desarrolla la percepción para generar hipótesis empleando *propiedades conocidas de los números enteros e identifica números pares, impares, divisible entre tres, cinco, etc. y usa el concepto de divisibilidad al construir las definiciones de máximo común divisor y mínimo común múltiplo* y explica la forma de emplear los conceptos anteriores para modelar y resolver situaciones (C2M2, C3M2, C3M3) como problemas de reparto, de coincidencia como el siguiente: Juan va al gimnasio cada cuatro días, a su clase de tenis cada cinco y va a nadar cada tres días y hoy hizo las tres actividades ¿es posible saber cuándo vuelve a tener las tres actividades? Justifica el empleo de los conceptos anteriores al enfrentarse a retos, ejercicios típicos y/o problemas donde debe emplear estrategias conocidas o novedosas, tanto formales como informales. (C2M2)
 8. Encuentra la *solución a retos* tipo magia, juego o adivinanza, de forma intuitiva y la contrasta, *empleando algoritmos*, para explicarla mediante propiedades de los números reales. (C3M3)
 9. Examina patrones y emplea *relaciones numéricas, (aditivo, razón, proporción, porcentaje, entre otros)* en algunas situaciones, fenómenos o problemáticas de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales o de las humanidades, formula expresiones o modelos para explicarla o resolverla. (C4M1, C4M2, C3M4)
 10. Justifica la selección de las variables, su uso y combinación con números y letras (constantes y otras variables), signos y símbolos y las representa mediante *expresiones algebraicas para aplicar en la descripción de*

relaciones (proporcionalidad directa e inversa), fórmulas y la expresión de leyes como modelos de las ciencias naturales y experimentales (velocidad, leyes de movimiento, Newton, óptica, trabajo, etc.), de las ciencias sociales (el interés simple y compuesto) y en la matemática (geometría: fórmulas de perímetro, área y volumen), expresión de teoremas como el de Tales (útil en la historia) y el de Pitágoras (y algunas de sus aplicaciones en ingeniería y tecnología). (C4M3)

11. *Explica* la solución de *ecuaciones lineales, cuadráticas y el método de eliminación de variables en la solución de sistemas de ecuaciones lineales* con dos incógnitas utilizados para resolver problemas y comprueba los resultados (C1M2, C3M3)
12. *Explica* el uso de *expresiones lineales, cuadráticas o cúbicas para expresar modelos o resolver situaciones, fenómenos y problemáticas* vinculadas a las ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales, humanidades y de la vida cotidiana. (C1M2, C1M3)

Ejemplo: Un empresario fabrica cajas rectangulares de metal sin tapa. Para construirlas parte de una lámina rectangular que mide 12cm x18 cm y corta cuadrados en cada una de las esquinas, dobla para formar las caras laterales y procede a soldar la caja.



El empresario se pregunta, si el volumen de la caja depende de la medida del cuadrado que se recorta, de ser así y, dado que va a construir diferentes tamaños de caja quisiera contar con una fórmula para determinar el volumen de la caja en términos de la medida del lado del cuadrado que recortará en las esquinas.

13. *Diseña* empleando tecnología la forma de resolver *problemas (algebraicos y geométricos) de una situación, fenómeno o problemática de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales o de las humanidades*, lo somete a prueba con ayuda de herramientas digitales para el aprendizaje y reflexiona en las diferencias de los desarrollos efectuados y en el impacto que tienen estas diferencias en la forma de abordarlo y en la sensación de seguridad, comodidad, gusto o rechazo ante ellos.

Se dan como ejemplo: a) El modelado del Volumen de una caja del punto anterior esta vez empleando tecnologías para el aprendizaje. b) La construcción del Triángulo de Napoleón.

En este ejemplo se revisan contenidos de especial interés y se puede tener

al final la comprensión de la diferencia entre procesos algebraico y geométrico.

14. *Formula problemas de corte algebraico o geométrico* que se apliquen en situaciones de las ciencias sociales, naturales, experimentales o la vida del estudiantado o relacionadas con su entorno. (C2M3, C2M4, C3M4)

6.3 Pensamiento Matemático 3

6.3.1 Aplicación disciplinar

Para alcanzar las metas de aprendizaje, se abordan las temáticas empleando uno o varios de los elementos de los recursos transversales.

El conocimiento y experiencias adquiridos a partir de este recurso se articulan con los otros recursos sociocognitivos, áreas de acceso al conocimiento, recursos y ámbitos de la formación socioemocional con el propósito de que el estudiantado comprenda, analice, explique y resuelva situaciones, fenómenos o problemas que se le presenten en múltiples contextos.

En la tercera unidad de aprendizaje curricular de Pensamiento matemático se incluye el análisis de funciones y su uso para interpretar y modelar situaciones o fenómenos, considerando, su dominio, sus reglas de correspondencia, la noción de la derivada como razón de cambio y su aplicación al estudio de la forma de las gráficas de las funciones, así como a conceptos asociados con el cambio y el movimiento.

6.3.2 Temática general

A partir de situaciones, fenómenos y problemáticas de la matemática, las ciencias naturales, experimentales y tecnología, experimentales y tecnología, ciencias sociales y humanidades, se identifican variables, relaciones, funciones, empleando el pensamiento variacional. Se resaltan conceptos asociados con la variación, para establecer definiciones, conjeturar y revisar teoremas asociados y de ser factible aplicarlos, mostrando su utilidad.

Al emplear técnicas algebraicas y de la geometría analítica, en situaciones asociadas a la variación se genera una visión más amplia del mundo cambiante, del estudio del movimiento y se muestran algunas importantes aplicaciones del pensamiento variacional en la vida actual o futura.

¿De qué manera las funciones y la derivada pueden contribuir al estudio de temas con un origen tan distinto como la velocidad, la aceleración, la dilatación de una barra de acero, la estatura de una persona y muchos otras situaciones, fenómenos o problemáticas de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, experimentales y tecnología, ciencias sociales y humanidades, donde ocurre el cambio de una variable en términos de otra?

6.3.3 Metas, Categorías y Progresiones

“Todo cuanto nace lleva en su seno las semillas del cambio”
 Ovidio

PENSAMIENTO MATEMÁTICO			
TERCER SEMESTRE			
Categoría			
Procedural	Procesos de Razonamiento	Solución de problemas y modelación	Interacción y lenguaje matemático
Subcategorías			
Pensamiento aritmético	Procesos cognitivos abstractos	Uso de modelos	Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico
Pensamiento algebraico	Pensamiento espacial y razonamiento visual	Construcción de Modelos	Negociación de significados
Elementos Geométricos		Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios	Ambiente matemático de Comunicación
Manejo de Datos			
Aprendizajes de Trayectoria			
Valora la aplicación de procedimientos automáticos y de algoritmos para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	Adapta procesos de razonamiento matemático que permiten relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).	Modela y propone soluciones a problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.	Explica la solución de problemas en el contexto que le dio origen, empleando lenguaje matemático y lo valora como relevante y cercano a su vida.
Metas de Aprendizaje			
C1M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos	C2M1 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo. Observa y obtiene información de una	C3M1 Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema. Selecciona un modelo,	C4M1 Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde

<p>y de otras áreas de conocimiento.</p>	<p>situación o fenómeno (natural o social) para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a explicarlo.</p>	<p>matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema. Selecciona un modelo, matemático, por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar el fenómeno estudiado en la solución de un problema.</p>	<p>al contexto. Esquematiza situaciones para su solución, mediante el uso de datos numéricos, representación simbólica y conceptos matemáticos para dar un significado acorde al contexto.</p>
<p>C1M2 Integra métodos de diferente naturaleza (aritmética, algebraica, geométrica o variacional) para la solución de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, sociales, humanidades y de la vida cotidiana). Integra métodos de diferente naturaleza (aritmética, algebraica, geométrica o variacional) para la solución de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).</p>	<p>C2M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación. Desarrolla la percepción y la intuición para generar una hipótesis inicial ante situaciones que requieren explicación o interpretación.</p>	<p>C3M2 Construye un modelo con lenguaje matemático y pone a prueba su utilidad para el estudio de un fenómeno (natural o social) o una situación problema</p>	<p>C4M2 Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos. Elige la forma de comunicar a sus pares, sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema para la socialización de los conocimientos.</p>
<p>C1M3 Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas matemáticos y de otras áreas del conocimiento, mediante la verificación directa o empleando recursos tecnológicos o la</p>	<p>C2M3 Compara hechos, opiniones o afirmaciones categóricas o la posibilidad de ocurrencia de eventos para establecer similitudes y diferencias, organizándolos en formas lógicas o</p>	<p>C3M3 Explica procedimientos para la solución de problemas (de las ciencias naturales, sociales, humanidades y de la vida cotidiana) empleando lenguaje y técnicas matemáticas.</p>	<p>C4M3 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o a evaluación.</p>

interacción con sus pares.	convenientes útiles en la solución de problemas.		
	C2M4 Combina diferentes procesos de razonamiento matemático al plantear un modelo o resolver un problema o una situación o fenómeno, natural, experimental o social (incluyendo los de tipo estadístico o probabilístico) e interpreta tanto el resultado como su contribución al su mayor entendimiento, o a la predicción y/o reducción del nivel de riesgo.	C3M4 Formula problemas matemáticos, de su entorno o de otras áreas del conocimiento, a partir de cuestionamiento para resolverlos con estrategias, heurísticas, procedimientos informales o formales.	

Progresión

Introducción a la Progresión

Describe la forma en que el surgimiento del cálculo altera la concepción de la ciencia y considera algunas aplicaciones del cálculo en diversas áreas del conocimiento.

La comprensión de la relación del cálculo con el movimiento de una partícula, de un auto, un avión, de los satélites artificiales o los astros en el universo es una invitación a vivir una aventura, donde el cálculo es protagonista.

Visualiza la participación del cálculo en el descubrimiento y la expresión de leyes de la naturaleza, con ello puede considerar que el tiempo dedicado a su estudio no es una pérdida.

La reflexión en las importantes implicaciones que tienen pequeñas variaciones o cambios casi imperceptibles, en una velocidad o aceleración a la que se somete una masa que pueden incluso generar grandes efectos en las fuerzas de la naturaleza pueden ser un motivo de admiración y despertar la curiosidad y el interés por la matemática y su asociación con la ciencia.

Por otra parte, saber que el impacto de cambios marginales en la cantidad de un producto, puede tener en los ingresos de una compañía o en sus costos de producción llegan a afectar hasta los indicadores económicos de un país.

Al inicio de la tercera unidad de pensamiento matemático se muestra del poder del cálculo diferencial para motivar la inquietud y el deseo por conocerlo y quizá en un futuro el estudiantado llegue a utilizarlo en favor del desarrollo humano al verlo tanto de procesos fisiológicos relevantes para la salud como interviniendo en las formas en que operan la sociedad, el gobierno, el desarrollo tecnológico, etc..

Si el estudiantado reconoce que todo lo anterior sería imposible sin las herramientas que nos brinda el pensamiento matemático enfocado a las funciones

de variable real y sus derivadas, será difícil no aceptar el reto intelectual de adentrarse en la Matemática del Cambio y del Movimiento.

1. *Obtiene* información sobre algunos personajes históricos cuyas aportaciones sobre conceptos como variación promedio, variación instantánea, procesos infinitos y movimiento en general, desde las áreas de la filosofía y particularmente de las matemáticas dieron pauta al nacimiento del cálculo. El panorama anterior tiene la finalidad de comprender que *el Cálculo constituye una de las grandes conquistas intelectuales de la humanidad* y que una vez construido, cambió la historia de la matemática al colocar en una posición teórica distinta a la aritmética, la geometría, el álgebra y a la trigonometría. (C2M1)
2. *Identifica* las circunstancias en las que se analiza la variación, los procedimientos empleados por Newton y Leibniz para generar *las ideas que dieron forma al Cálculo Diferencial en el contexto de los problemas que lo motivaron*, con la intención de *revisa* situaciones o fenómenos de variación, entre ellos:
 - *Determinar la recta tangente a una curva en un punto,
 - *Encontrar el valor *máximo o mínimo* de una cantidad,
 - *Dada una fórmula de la *distancia* recorrida por un cuerpo en cualquier tiempo conocido, encontrar la *velocidad y la aceleración* del cuerpo en cualquier instante y considerar sus relaciones en distintos ámbitos como son, entre otros, Física, Química, Economía, Medicina, Biología. (C4M1)
3. A partir de la implicación que tiene *la noción de variación* en otras áreas, ideas como: velocidad, rapidez, velocidad de reacciones químicas, cambios instantáneos de volumen de un gas, tasas de crecimiento o de decrecimiento por ejemplo en temperatura, tamaño de una colonia de bacterias, crecimiento de tumores, aumento de costos, ganancias, pérdidas por unidad producida, etc., se *revisa la utilidad de los procesos de pensamiento involucrados en situaciones donde el cambio es motivo de estudio*, por ejemplo al establecer dosis adecuadas de medicamentos, planificar el crecimiento poblacional, etcétera. (C3M1)
4. *Elige* un deporte de interés e investiga datos, a fin de emplear valores reales, para mostrar en forma intuitiva el uso del *cambio promedio* para aproximar el resultado de *cambios instantáneos*, considerando como ejemplos iniciales el estudio de la velocidad promedio y la idea de velocidad instantánea, así como la utilidad de la pendiente de una recta secante a una curva a fin de situar estos problemas en el origen del Cálculo Diferencial. (C1M1)
5. *Identifica* la forma de *la gráfica de diferentes funciones* y a partir de ellas imagina el tipo de fenómenos que pueden describir por ejemplo compara funciones potencia del tipo $y=f(x)=ax^n$ (donde $n=1,2,3,4,5,-1,0,1/2$) mediante el trazo de sus gráficas (elaboradas a mano o con herramientas digitales), y su posible uso para explicar situaciones, fenómenos o problemáticas de las

ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales y de las humanidades. (C3M1)

6. *Busca* similitudes y diferencias en las gráficas de *funciones polinomiales* (trazadas preferentemente con herramientas digitales) a través de la variación del exponente de grado ($n=2,3,4,5$) y del signo del coeficiente de la x de grado y describe la utilidad de algunas de esas funciones para modelar situaciones-problema o fenómenos de las ciencias sociales o naturales, experimentales y de las humanidades. (C4M1, C1M2)
7. A partir de integrar diferentes perspectivas y métodos, *interpreta* el concepto central del Cálculo “la derivada” en forma intuitiva e intenta dar una definición formal, así como generar la forma de obtener *la derivada de la función constante, lineal y algunas funciones potencia*. Luego considera una definición intuitiva de la derivada a partir de la noción de pendiente de la recta tangente a una curva y da un significado a la derivada como razón de cambio para utilizarla en la descripción de situaciones, fenómenos y problemáticas de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales y humanidades, donde el cambio es una característica importante. (C3M2)
8. *Encuentra algunas reglas de derivación* empleando la noción intuitiva de pendiente de la recta tangente, las compara con las de un formulario y las ocupa para obtener e interpretar las derivadas de funciones que describen situaciones, fenómenos o problemáticas de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales y de las humanidades. (C2M2, C4M2)
9. *Explica* la forma de derivar en los casos anteriores y *compara* con la forma en la que otras compañeras y compañeros desarrollaron esto, mediante investigación colectiva construye un formulario que incluya la *derivada de otros tipos de funciones*, incluyendo la función compuesta. (C4M3)
10. *Aplica la derivada como una razón de cambio*, la evalúa (comparando con los resultados obtenidos con la calculadora o aplicaciones digitales), aplica en el estudio de la variación de funciones que describen situaciones, fenómenos o problemáticas de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, de las ciencias sociales y de las humanidades (cambios marginales en precios, ingresos, costos, razón de cambio de vaciado de un recipiente, altura de un avión o cambio en contaminantes, poblaciones, enfermedades, entre otros), comparte los diferentes métodos empleados en la solución de esos problemas, enfatizando en la utilidad de la Derivada en la descripción del carácter cambiante de una función. (C2M3)
11. *Explica y socializa* el papel de la derivada para analizar una función [12] (*donde crece/decrece, máximos/mínimos, concavidades*) y traza su gráfica. (C2M4, C4M3)

12. *Examina* la gráfica de las *funciones logarítmicas* con diferentes bases elaboradas con herramientas digitales, y la gráfica de las funciones exponenciales para describirlas y realizar afirmaciones sobre el significado de que la función exponencial y logarítmica con base “a”, sean funciones inversas entre sí. (C1M3, C2M1, C3M2)
13. *Inspecciona* las gráficas de las *funciones trigonométricas* ($y=\text{sen}(x)$, $y=\text{cos}(x)$), elaboradas mediante evaluación de la función con la calculadora para detectar dominio, imagen, máximo o mínimo, alcance y periodicidad en cada una de ellas. (C1M1, C2M1, C2M4)
14. *Explica* la *forma de variación de fenómenos y situaciones problemáticas* considerando algunos modelos y planteando funciones que las describan y usando la derivada en el análisis, ya sea para describir su variación o para detectar sus valores óptimos. en algunos de esos fenómenos se puede emplear un *modelo matemático trigonométrico o uno de tipo exponencial* (como $Q(t)=Q_0e^{kt}$) para verificar su utilidad en la descripción de situaciones, fenómenos y problemáticas periódicas de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, ciencias sociales y humanidades, utilizando herramientas digitales para su construcción dinámica, de tal forma que permita interpretar y comprobar los resultados en el contexto original. (C3M3)
15. *Formula* problemas de su entorno o de otras áreas del conocimiento, empleando funciones cuadráticas o polinomiales (como *cálculo óptimo* de áreas o volúmenes), organiza su procedimiento y lo somete a debate (C3M4, C4M1, C4M2, C4M3)

VII. Referencias

Arteaga, E. (s/f). Calidad y Creatividad en Educación Matemática. Recuperado de: http://www.quadernsdigitals.net/datos_web/hemeroteca/r_47/nr_503/a_6889/6889.html

Campos, M., Torres, A. (2017). *“El nuevo modelo educativo para matemáticas de Bachillerato: Reflexiones desde el paradigma del pensamiento crítico”*. Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Disponible en: https://www.academia.edu/36822076/EL_NUEVO_MODELO_EDUCATIVO_PARA_MATEMATICAS_DE_BACHILLERATO_REFLEXIONES_DESDE_EL_PARADIGMA_DEL

Cobb, P. y Bauersfeld, H. (1995). Introduction: The coordination of Psychological and sociological perspectives in mathematics education, En P. Cobb and H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom culture*, (pp. 1116) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2020). *Repensar la evaluación para la mejora educativa: resultados de México en PISA 2018*. México

Díaz-Barriga, Á. (2013). *“Un enfoque de competencias en la Educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?”*. *Perfiles Educativos*, vol. XXVIII, núm. 111, enero-marzo, 2006, pp. 7-36 <https://www.redalyc.org/pdf/132/13211102.pdf>

Díaz-Barriga, F. (2006). Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida. Ed. McGraw Hill en https://telmex.com/web/hogar/mkt/hbo-max-champions-league?utm_source=DINAMICA_CHAMPIONS&utm_medium=POP_UP&utm_campaign=HBOMAX_RETENCION_TELMEXhttps://telmex.com/web/hogar/mkt/hbo-max-champions-league?utm_source=DINAMICA_CHAMPIONS&utm_medium=POP_UP&utm_campaign=HBOMAX_RETENCION_TELMEXhttps://www.uv.mx/rmipe/files/2016/08/Ensenanza-situada-vinculo-entre-la-escuela-y-la-vida.pdf

García, B. y Botello, A. (2018). *Relación entre el pensamiento crítico y el desempeño académico en alumnos de escuela preparatoria*. *Educar*, 54 (2), 411-427

Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V.; Giacomone, B. Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. en: FERNÁNDEZ, C. et al. (Ed.) *Investigación en Educación Matemática XX*. Málaga: Ed. SEIEM, 2016. p. 288-297.

Kohen Kadosh, R. (2021) (16 de junio de 2021). Las matemáticas son clave en el desarrollo cognitivo más allá de los 16 años según la Universidad de Oxford. *Mundo Educativo*. En: www.pedagogiamagna.com

SEP (2021). Los fines de la educación en el siglo XXI. En: <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/basica-educ-fisica/II-LOS-FINES-DE-LA-EB.pdf>

Lavilla, L. La memoria en el proceso enseñanza aprendizaje. En: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3629232.pdf>

Merino, A. (2016). Inicio al Método ABN. En: <https://colaboraeducacion30.juntadeandalucia.es/educacion/colabora/web/172922gt164>.

Miranda (2018) Abandono escolar en educación media superior: conocimiento y aportaciones de política pública. En: <https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/article/view/863>

Morin, E. (2008). *La mente bien ordenada*. Siglo veintiuno Editores. Argentina.

OECD (2010). OECD Education working Papers No. 268, en: https://www.oecd-ilibrary.org/education/when-practice-meets-policy-in-mathematics-education_07d0eb7d-en

Osuna Lever, C., & Díaz López, K. M. (2020). El logro de los aprendizajes en matemáticas en PISA, ENLACE y PLANEA en adolescentes mexicanos. Un análisis retrospectivo. *Archivos Analíticos De Políticas Educativas*, 28, 28. <https://doi.org/10.14507/epaa.28.4617>

SEP (2017). Planes de estudio de referencia del marco curricular común de la Educación media superior, en <http://www.sems.gob.mx/curriculoems/planes-de-estudio-de-referencia>

SEP (2017). Aprendizajes Clave, en <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/secundaria/mate/1-LPM-sec-Matematicas.pdf>

SEP (2018). Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior, en https://cbgobmx.cbachilleres.edu.mx/que-hacemos/Programas_de_estudio_vigentes/1er_semestre/Básica/04

SEP (2018). Planes y programas de estudio para la educación básica, en <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/>

Rojano Ceballos, M. T. y Solares Rojas, A. (coords.) (2017). *Estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas en la educación obligatoria en México y otros países*. México: INEE-CINVESTAV.

Saneen Contreras, F. (1999). Una visión filosófica acerca de la enseñanza de las matemáticas. *Política y Cultura*, 219-228.

Scarpetta, E. (2016). Relación entre la memoria y la inteligencia lógico-matemática. Universidad Internacional de La Rioja, Logroño

Torres R., A. (2018). El Nuevo Modelo Educativo para Matemáticas de Bachillerato. Reflexiones desde el paradigma del Pensamiento Crítico. Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Acceso en: 15 marzo 2022. <http://www.sems.gob.mx/curriculoems>

Vasquez, N. P. (2018). *Incidencia del desarrollo de las habilidades del pensamiento lógico en la resolución de problemas en las ciencias exactas*. Guayaquil: Compás. OECD Education Working Papers No. 268